

Modélisation de sable 3D – Visualisation par structuration du flux

C. Guilbaud, A. Luciani

Laboratoire ICA/INPG
38031 Grenoble cédex

Claire.Guilbaud@imag.fr, Annie.Luciani@imag.fr

Résumé : *Un phénomène naturel se compose d'un ensemble de dynamiques complexes, de formes variables ainsi que d'une topologie en perpétuel mouvement. Tous ces composants le caractérisent. Pour modéliser un ensemble de phénomènes naturels, nous utilisons CORDIS-ANIMA un modèleur-simulateur générique basé sur les interactions entre particules. A l'aide de peu de paramètres, il est alors possible de créer une large gamme de phénomènes, sans connaître la physique sous-jacente. Nous modélisons des modèles allant du sable aux fluides turbulents. Les résultats des simulations sont constitués de l'ensemble des coordonnées des points mobiles du modèle physique. Ces points sont dispersés dans l'espace ; ils décrivent le flux de matière – ils ne sont pas sur la surface du phénomène modélisé. La visualisation des modèles n'est pas simple. Nous avons mis au point une méthode de construction par structuration du flux à partir d'informations partielles. Cette méthode nous a permis de calculer de nouvelles informations. Ainsi nous avons pu caractériser le flux de matière.*

Mots-clés : Animation par ordinateur, modèle physique particulière, modélisation de phénomènes naturels, visualisation d'un nuage de points, surfaces implicites

1. Introduction

Modéliser un phénomène naturel, c'est reproduire ses dynamiques, sa forme qui permettent à un observateur de l'identifier sans peine. La méthode de modélisation choisie doit être robuste et générique pour être à même de simuler les dynamiques caractéristiques d'un phénomène. Plusieurs études se sont intéressées au développement de telles méthodes. Peu d'entre elles sont parvenues à réaliser un modèleur unique pour l'ensemble des phénomènes naturels. Au sein du laboratoire ICA, nous développons depuis de nombreuses années un modèleur-simulateur physique particulière appelé CORDIS-ANIMA.

Ce modèleur est une méthode de modélisation physique, qui construit un objet physique, sans obligatoirement d'équivalent réel, en termes de réseau composé de masses ponctuelles et d'interactions. Le résultat d'une telle modélisation est un ensemble de points mobiles (appelées masses ponctuelles dans l'espace de modélisation, puis particules dans l'espace de visualisation) interagissant les uns avec les autres.

Notre savoir acquis au cours des années de développement du modèleur-simulateur, nous a permis de constater qu'un observateur est apte à reconnaître un phénomène simulé complexe par la simple visualisation des points du modèle physique, et cela même si ces points ne sont pas sur la surface de l'objet modélisé mais le constituent. Visualiser de telles données n'est pas chose simple, car nous devons élaborer un volume présentant les dynamiques et formes caractéristiques, si complexes soit-elles, du phénomène modélisé.

L'article se décompose ainsi : dans un premier temps nous expliquerons le formalisme CORDIS-ANIMA ainsi que la façon dont nous avons modélisé du sable. Ensuite, nous décrirons la méthode de structuration du flux qui permet d'obtenir des plus amples informations sur le nuage de points décrivant la simulation.

2. Modélisation par système physique particulière

2.1. Travaux antérieurs

Logan et al. [LWA94] distinguent deux grandes classes de méthodes de modélisation : les méthodes contraintes et les méthodes physiques. Les méthodes physiques se scindent en deux catégories :

- Les méthodes qui résolvent les lois de la dynamique du phénomène (comme les CFD « Computational Fluid Dynamics), que l'on appellera modélisation de la physique. Elles sont en règle générale associée à un type de phénomène ;
- Les méthodes qui simulent le comportement physique des phénomènes, que l'on appellera modélisation physique. Elles peuvent modéliser un ensemble de phénomènes en gardant le même paradigme.

La modélisation physique est plus générique que les autres méthodes de modélisation, dans le sens où à partir d'un même formalisme, il est possible en faisant varier un ensemble de paramètres d'obtenir une large gamme de phénomènes. Dès 1973, Greenspan [Gre73] s'est penché sur la mise au point d'un modèleur générique pour simuler l'ensemble des états possibles de la matière. Un objet, un phénomène est alors représenté en termes de masses et d'interactions (interactions représentant la loi de potentielle non dissipative, la loi de Lennard-Jones). Les études postérieures aux travaux de Greenspan se distinguent par la manière dont est exprimée l'interaction (analytique ou discrète), et l'existence ou non d'un terme dissipatif.

Pour simuler un comportement thermo-conducteur, Terzopoulos et al. [TPF89] se servent d'une liaison élastique non-linéaire. Tonnesen [Ton91] a mis au point un système particulière où l'évolution de l'interaction dépend d'une énergie thermique. Miller et Pearce [MP89] ont préféré adopter la loi de Lennard-Jones en introduisant dans la méthode un terme dissipatif. Dans le même temps, Luciani et al. [LJFCR91, LHM95, LHVD95, Luc00] ont montré qu'il est possible d'implémenter un modèleur générique unique à partir d'une expression discrète de la loi d'interaction et de la présence d'un terme dissipatif. Le modèleur-simulateur, CORDIS-ANIMA, utilise une interaction non-linéaire pour simuler des matériaux, des objets physiques, des phénomènes naturels.

2.2. Le formalisme CORDIS-ANIMA

CORDIS-ANIMA est un modèleur-simulateur physique particulière qui emploie la loi de Newton pour faire évoluer un objet physique. L'objet est matérialisé par un réseau de masses ponctuelles (MAT) et d'interactions viscoélastiques non-linéaires (LIA). Un LIA comporte 4 paramètres pour exprimer le comportement recherché : une élasticité K , et son seuil S_K , une viscosité Z et son seuil S_Z . Le seuil élastique ou visqueux s'exprime comme une distance entre les masses ponctuelles reliées par une interaction. Si la distance entre deux masses ponctuelles est supérieure ou inférieure au seuil de l'interaction non-linéaire, alors l'élasticité ou la viscosité n'aura pas la même valeur.

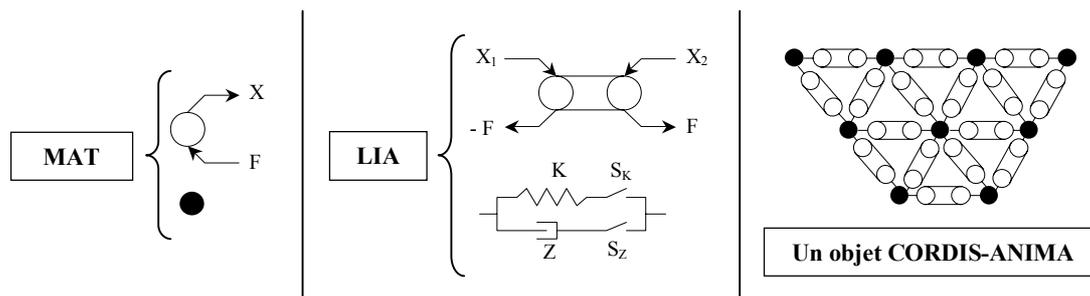


Fig. 1 : le formalisme CORDIS-ANIMA

Modéliser un phénomène naturel, c'est définir un modèle topologique du flux (spécification du nombre de MAT, de la manière dont ils sont reliés par des LIA, caractérisation des paramètres des LIA) ainsi que de son environnement physique. Un modèle topologique est un réseau de masses ponctuelles interconnectées par des liaisons viscoélastiques non-linéaires. Ce sont les paramètres des LIA qui vont régir le comportement du réseau. Ainsi il est possible d'obtenir une large gamme de phénomènes naturels sans avoir à connaître la physique sous-jacente des phénomènes.

Le résultat d'une simulation est, pour chaque instant simulé, l'ensemble des coordonnées des masses ponctuelles. Ces informations sont assimilables à un ensemble de points mobiles, dispersés dans l'espace sans information de topologie. Nous disposons uniquement de ces informations car nous avons voulu séparer la phase de modélisation de la phase de visualisation du processus d'animation par ordinateur.

2.3. Les modèles de sable

Nous avons réalisé un ensemble de modèles tridimensionnels de phénomènes naturels tels que les pâtes, le gel, mais nous ne présenterons ici que les modèles de sable. D'autres modèles ont été réalisés en 2D (pâte, fluide turbulent, fumée), et sont expliqués dans [LHVD95] et [Luc00]. Les modèles présentés ici sont basés sur des études préalablement faites par d'autres chercheurs en deux dimensions [LHM95].

Un tas de sable est une structure triangulaire, qui à mesure qu'elle augmente de taille se divise en sous-tas séparés par des lignes de force de cisaillement. Le tas s'accroît sous l'action de deux comportements chaotiques qui caractérisent une situation instable. Le premier est une avalanche de surface qui se produit lorsque les pentes

du tas de sable ont un angle supérieur à un angle caractéristique ; la seconde, une avalanche interne, advient lorsque les sous-tas sont instables et nécessitent une réorganisation de l'ensemble du tas.

Pour obtenir la formation d'un tas de sable le sol doit être rugueux ou l'environnement physique doit comporter des murs qui stoppe l'étalement du sable sur le sol lisse. Nous présentons ici deux modèles de sable, l'un à sol lisse, l'autre à sol rugueux. Ces deux modèles ont des caractéristiques, du point de vue de la modélisation, communes : la matière est constituée d'un ensemble de masses ponctuelles reliées entre elles par une interaction élastique. Seule la nature du sol que le flux va atteindre change.

Les résultats que nous présentons ici sont tridimensionnels. Les mêmes modèles ont été fait en deux dimensions ; ils nous ont permis de mettre au point les modèles 3D. Les modèles physiques 2D de sable s'écoulant sur un sol lisse ou sur un sol rugueux sont satisfaisants.

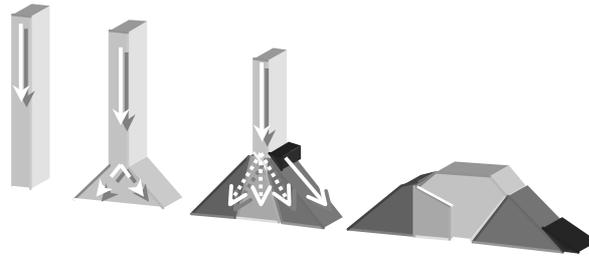


Fig. 2 : Caractéristiques dynamiques du sable

2.3.1. Modèle de sable à sol rugueux

L'environnement physique du modèle est composé d'un entonnoir et d'un sol rugueux. L'entonnoir est constitué d'un ensemble de MAT dégénérés (la position qu'ils renvoient est toujours la même quelles que soient les forces qui leur sont appliquées) positionnés de manière à former le haut d'un sablier (forme triangulaire ; 4 fois 4 MAT). Le sol rugueux est représenté par un ensemble de MAT dégénérés de positions fixes placés de manière aléatoire en ordonnée pour se situer de part et d'un plan horizontal (576 MAT). La schématisation du modèle physique se trouve à la Fig. 3.

Le flux de matière est composé d'un ensemble de MAT (500 MAT) reliés les uns aux autres par des interactions élastiques. Ici les masses ponctuelles sont reliées deux à deux, c'est à dire que si il y a n masses ponctuelles, l'une d'entre elle est reliée aux $n-1$ autres, on parle alors d'agglomérat. Les masses ponctuelles sont initialement placées entre les MAT dégénérés symbolisant l'entonnoir : elles sont agencées de manière triangulaire.

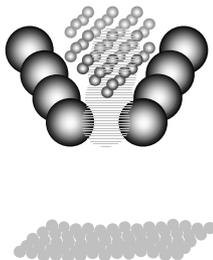


Fig. 3 : Modèle physique à sol rugueux

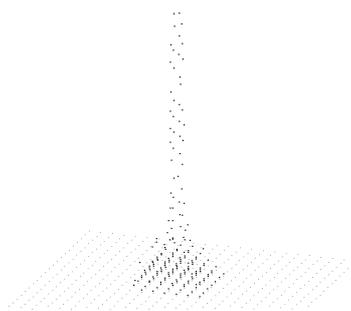


Fig. 4 : Image à t=300



Fig. 5 : Image à t=530

2.3.2. Modèle de sable à sol lisse

L'environnement physique du modèle est composé d'un entonnoir, d'un sol lisse ainsi que de quatre parois. L'entonnoir est constitué de 8 MAT dégénérés, le sol d'un seul MAT dégénéré, une paroi d'un MAT dégénéré.

Le flux de matière est composé d'un ensemble de MAT (900 MAT) interconnectés en agglomérat par des liaisons élastiques.

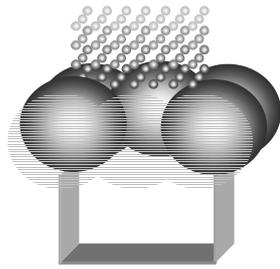


Fig. 6 : Modèle physique à sol lisse

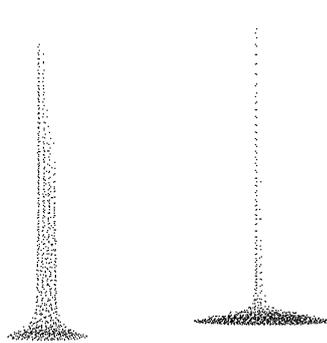


Fig. 7 : Modèle 1 - Image à t=450



Fig. 8 : Modèle 1 - Image à t=700



**Fig. 9 :
Modèle 2 -
Image à t=466**



**Fig. 10 :
Modèle 2 -
Image à t=800**

2.3.3. Conclusion

L'analyse des modèles 3D est complexe lorsqu'il s'agit d'apprécier des dynamiques internes et les types de réarrangements à stabilité limite. Le type d'interaction entre la 2D et la 3D est identique, nous espérons alors que les comportements dynamiques se ressemblent. Cela n'a pas été le cas dans le modèle à sol lisse : le nombre de masses ponctuelles constituant le flux de matière a été diminué, le tas résultant a donc couvert une surface moins importante, or les parois n'ont pas été rapprochées pour contenir les masses ponctuelles du flux. Le modèle ne ressemble plus alors à du sable, mais plutôt à de l'eau. Nous avons donc réalisé un second modèle où les parois sont plus proches. Le flux est alors correctement stoppé par les parois, le comportement de sable est ici intact. Néanmoins la forme du tas à sa base ne correspond pas à la réalité. Le modèle 3D du sable sur sol rugueux fonctionne comme nous nous y attendions malgré l'immobilisation d'une partie des masses ponctuelles dans l'entonnoir (formations de voûtes). Cependant nous ne pouvons distinguer d'effondrements internes, mais le tas est correctement formé.

Les études ont montré que pour obtenir un modèle de sable avec une formation de tas satisfaisante, surtout en trois dimensions, il faut que le sol soit rugueux. Car c'est l'interaction des masses ponctuelles avec le sol rugueux qui provoque le développement de l'amoncellement. Néanmoins, dans le but d'optimiser le temps de calculs des simulations, nous avons élaboré deux modèles de sable 3D à sol lisse. Le premier comporte des parois trop éloignées de la région d'évolution du flux de matière. On s'aperçoit alors que le modèle ne semble plus être un modèle de sable mais plutôt un modèle d'eau. Ce soucis de modélisation va nous permettre de mettre au point des modèles d'état intermédiaire entre le sable et l'eau. De plus, cela nous a montré que l'environnement physique joue un rôle important sur le comportement dynamique de l'objet physique.

3. Visualisation

Comme on peut le voir sur les images Fig. 4, Fig. 5, Fig. 7, Fig. 8, Fig. 9, Fig. 10, le résultat des simulations est un ensemble de points mobiles dispersés dans l'espace sans aucune information de structure.

3.1. Travaux antérieurs

Pour savoir comment nous allons habiller le nuage de points issu de la simulation, nous nous sommes intéressées à différentes méthodes de simulation de phénomène naturel et à des méthodes de construction de volume à partir d'un ensemble de points.

La seconde catégorie est composée de méthodes de reconstruction. Une méthode de reconstruction élabore une surface à partir d'un ensemble de points représentant la surface de l'objet à visualiser. Hoppe [Hop94] propose une méthode automatique de reconstruction de surface lisse à partir de données non bruitées et non organisées. Dans un premier temps, il estime la surface initiale puis optimise et lisse le maillage. Avec le même type de données initiales, Guo [GMW97] propose une méthode de reconstruction de surface en construisant un premier maillage à l'aide d'un graphe de voisinage (« alpha-shapes »), puis en le simplifiant. Ce type de méthode ne peut nous servir pour visualiser nos modèles car nos points n'étant pas répartis à la surface du flux, peu d'entre eux peuvent servir comme base à la construction d'un maillage, ce qui aboutirait à une surface pas assez détaillée. Les méthodes de reconstruction ne s'appliquent pas uniquement à des données éparpillées en surface de l'objet. Nullans [Nul98] reconstruit des structures géologiques à partir de données hétérogènes et incomplètes. Il assemble ses données selon leur diagramme de Voronoï. Le diagramme de Delaunay, dual du diagramme de

Voronoi, initialement bi-dimensionnel, a été étendu à la 3D par Joe [Joe91]. Les diagrammes de Voronoi donnent à chaque germe un espace propre. L'approche de Nullans serait intéressante pour nous, mais contrairement à lui nous ne disposons pas de suffisamment d'informations (nature géologique des germes qui caractérise les germes aux bords et à l'intérieur de la portion de sol en étude) pour organiser de manière adéquate nos points.

Les méthodes de simulation de phénomènes naturels effectuent pour la plupart la phase de modélisation et la phase de visualisation en parallèle. Tonnesen [Ton91] utilise des surfaces implicites pour habiller ses modèles de liquides simulés sur un système de particules sensibles à la chaleur. Gareau [Gar97], Stam [Sta97], Stora et al. [SACNG99] utilisent aussi une combinaison système particulaire-surfaces implicites pour visualiser leurs modèles. Foster et al. [FF01] utilise une méthode de génération de contour à partir de fonctions implicites pour représenter des liquides.

Toutes ces méthodes obtiennent un volume ou une surface pour l'objet qu'elles ont à représenter à partir de points. Or dans tous les cas, elles disposent d'informations supplémentaires permettant de caractériser au mieux l'objet à visualiser. Nous ne disposons pas de suffisamment d'informations morphologiques pour faire de même. Nous devons chercher davantage d'informations à partir d'un nuage de points pour être à même de l'habiller. La relation spatiale entre les particules de la matière évolue de manière complexe et change continuellement dans le temps.

3.2. Structuration du flux

Etant donné que lors des observations des résultats des simulations nous réalisons implicitement une structuration du flux, nous souhaitons faire de même pour visualiser le nuage de points représentant la matière. Donner une structure à un ensemble de particules sans information de topologie permet de caractériser le positionnement des particules les unes par rapport aux autres, par rapport à une surface implicitement définie.

Nous construisons dans un premier temps, un graphe qui s'apparente à un graphe de voisinage. Il connecte deux particules dont l'éloignement est inférieur à une distance donnée (Section 3.2.1). De ce graphe, nous dégageons un ensemble d'informations pertinentes (Section 3.2.2) qui nous permettront d'analyser un nuage de points (Section 3.2.3).

3.2.1. Graphe de voisinage

Lors de la conception d'un modèle physique, chaque interaction entre particules est définie par 4 paramètres, dont deux sont des indications des distances. Ces deux variables déterminent, suite à un ensemble de calculs, les positions des masses ponctuelles les unes par rapport aux autres. La distance entre particules varie au cours de la simulation. Nous extrayons une structure pour un nuage de points à partir uniquement de l'évolution des particules du flux, sans avoir d'information complémentaire sur le modèle physique.

Un graphe de voisinage attribue à chaque particule un voisinage. Il met en avant les singularités dynamiques du phénomène. Il est constitué d'un ensemble de connexions qui relient deux particules lorsque la distance qui les sépare est inférieure à un certain seuil. Ce seuil correspond à la distance moyenne entre couples de particules sur toute la longueur de la simulation divisée par un scalaire. Ce scalaire correspond à la finesse des dynamiques du phénomène (une sorte de caractérisation du niveau de détails).

Un graphe sera satisfaisant si le nombre de connexions est nécessaire et suffisant pour décrire le nuage de particules, sans masquer de dynamiques, de formes. Nous obtenons les résultats présentés à la Fig. 11 sur nos différents modèles de sable. En deux dimensions, on y détecte bien la formation d'un tas triangulaire caractéristique de l'écoulement de sable. Les singularités sont correctement représentées et visibles. Le graphe de voisinage représente d'une manière satisfaisante l'évolution des différentes dynamiques du phénomène. Les graphes de sable se caractérisent par un maillage régulier quasi-triangulaire. Les graphes de voisinage tridimensionnels sont difficiles à analyser. Cependant, on retrouve la structure habituelle d'un tas de sable (sauf pour le modèle de sable à sol lisse dont les parois sont trop éloignées).

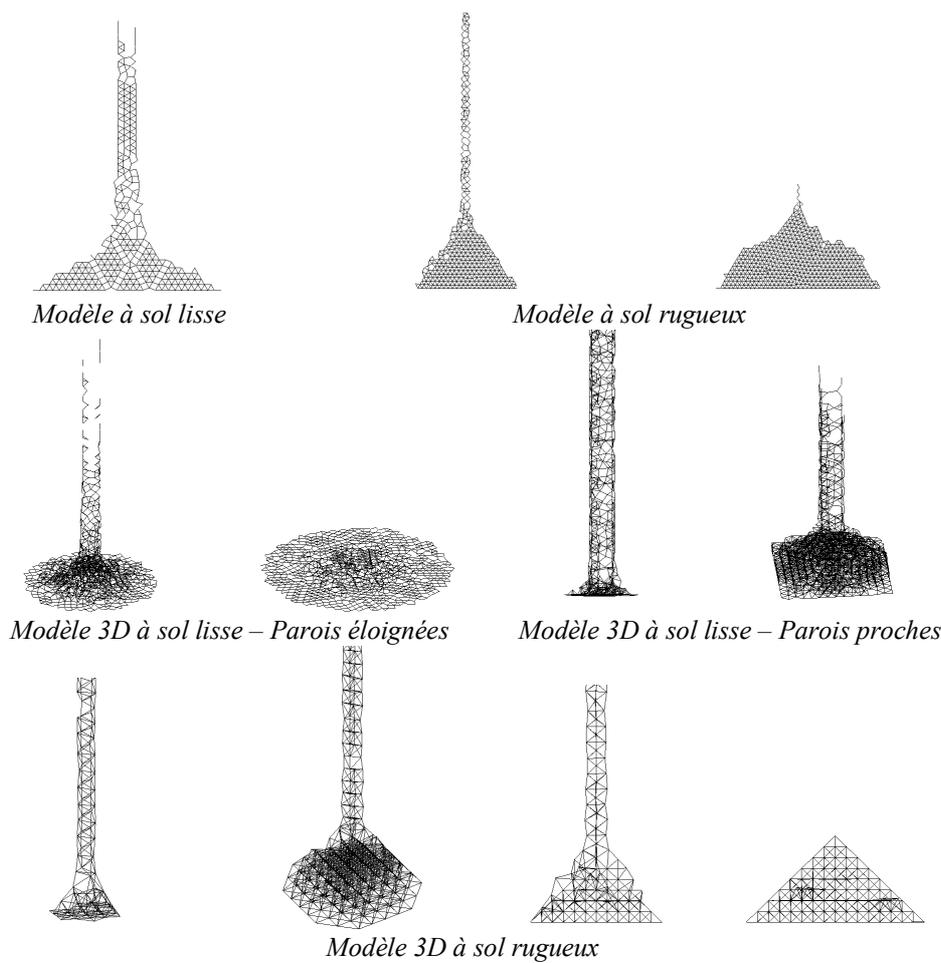


Fig. 11 : Quelques exemples de graphes de voisinage

3.2.2. *Vecteur voisin moyen*

Le graphe de voisinage est une manière de décrire la structure d'un nuage de points. Néanmoins il ne produit pas de surface ou de volume. Il nous faut donc calculer des informations permettant de révéler la distribution des particules dans l'espace. Les graphes de voisinages font apparaître des zones dépeuplées de particules, des régions sans connexions alors que mentalement nous en avons construites. La structure d'un flux de matière est constitué de sous-structures. Cette organisation traduit des caractéristiques pertinentes pour des dynamiques données.

Un vecteur voisin moyen est, pour une particule, la moyenne des différentes connexions - utilisées comme des vecteurs - de son voisinage. Il définit le gradient de la densité, dont l'opposé pointe vers l'extérieur de la structure principale (le flux) et des sous-structures. Cela est visible sur les images de la Fig. 13. Toutefois, comme pour l'analyse du graphe de voisinage en trois dimensions, une exploration approfondie du vecteur voisin moyen pour les modèles 3D est délicate. Toutefois nous remarquons que certaines particules ont un vecteur voisin moyen non nul tandis que pour d'autres, il est quasiment inexistant. Cela donne des informations sur la répartition des particules dans le nuage de points.

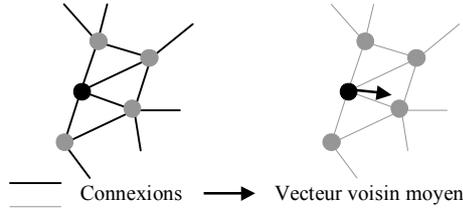


Fig. 12 : Définition d'un vecteur voisin moyen

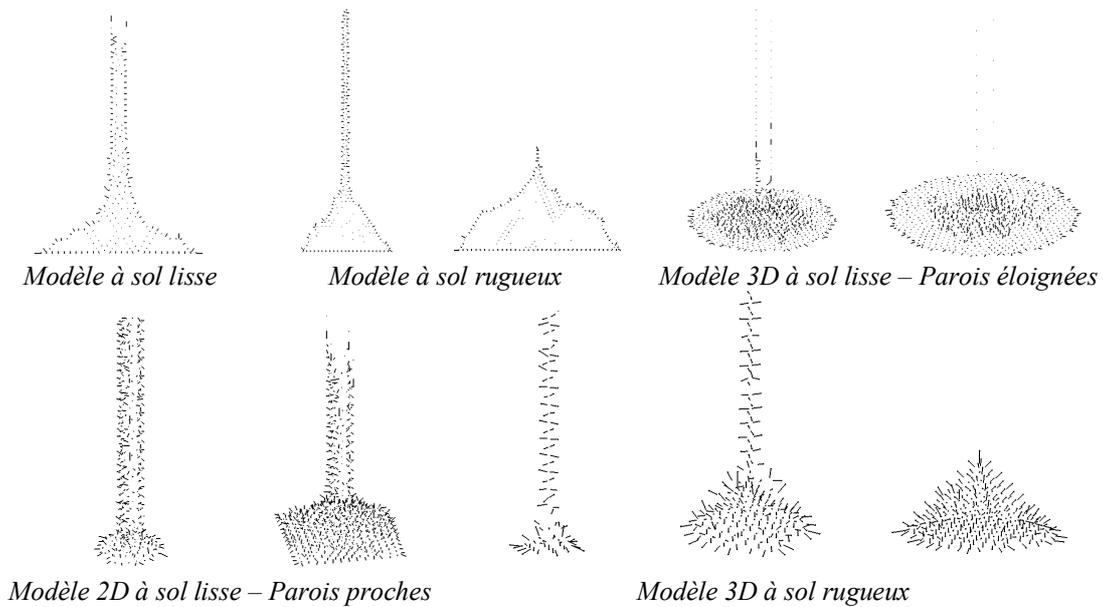


Fig. 13 : Quelques exemples de vecteurs voisins moyens

3.2.3. Répartition des particules dans le flux

Le vecteur voisin moyen est une classification initiale des particules (internes ou en bordure de flux). A partir de cette notion et du graphe de voisinage, nous avons établi un ensemble de règles pour déterminer la position d'une particule par rapport à la distribution des points dans l'espace. Nous avons fait un ensemble d'essais sur différents types de phénomènes (pas uniquement des phénomènes « élastiques »). Il en est ressorti que les particules que nous qualifions visuellement comme faisant partie de l'intérieur de la matière comportent plus de voisines et ont un vecteur voisin moyen quasiment nul. Pourtant certaines particules répondant à ces critères ne sont pas à l'intérieur du flux mais sur sa surface. L'observation des résultats et la modification des règles de base s'est effectué sur des indices subjectifs.

Comme on peut le voir (Fig. 14), les résultats sont satisfaisants : les particules sont correctement « étiquetées » suivant leur position dans le nuage de points (en blanc les particules internes, en noir les particules de surface). La structure régulière des tas de sable est manifeste. Si l'on ne visualise que les particules désignées comme étant en surface du nuage, le phénomène est reconnaissable sans peine.

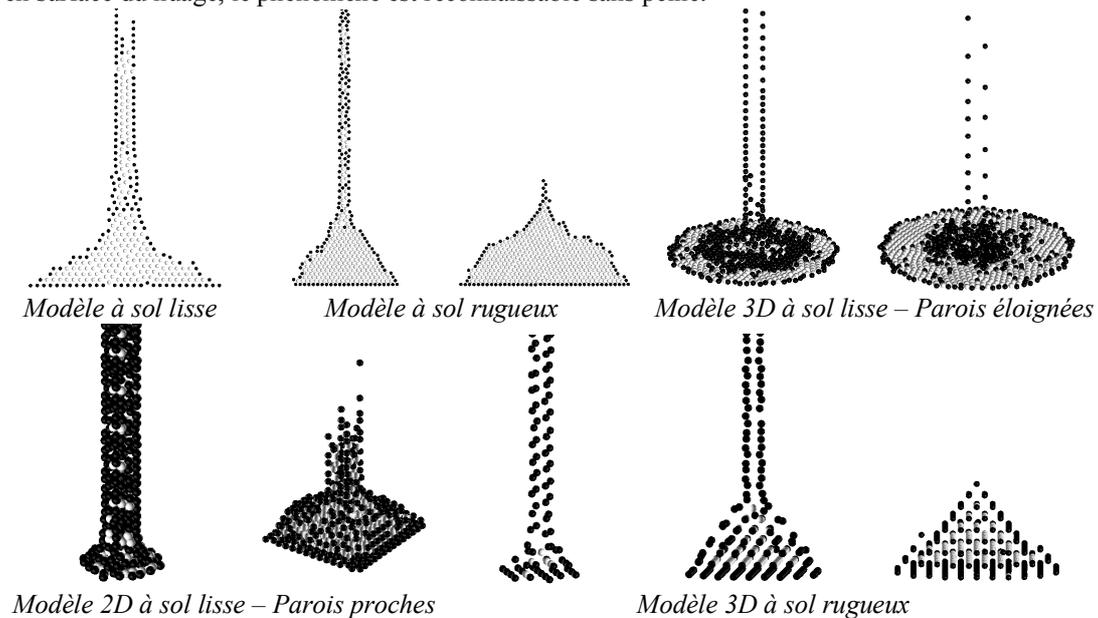


Fig. 14 : Quelques exemples de caractérisation de particules

4. Conclusion

Nous proposons des modèles de sable réalisés à l'aide de CORDIS-ANIMA, un modéleur-simulateur physique particulière. Une fois l'environnement physique du modèle déterminé, il faut caractériser le comportement du flux de matière à l'aide de quatre paramètres (élasticité, viscosité, seuil élasticité, seuil viscosité). Le sable est un modèle dont les dynamiques pertinentes apparaissent avec des interactions entre masses ponctuelles purement élastiques. Ici nous ne proposons qu'un seul type de phénomène, mais nous avons réalisé d'autres modèles représentant des mouvements visqueux (pâte), et des modèles de morphogenèse.

Le résultat des simulations des modèles de sable à sol lisse ou à sol rugueux 2D et 3D sont les coordonnées des masses ponctuelles formant le modèle physique (masses de l'environnement ou de la matière) à chaque instant simulé. Nous ne disposons alors pas d'informations suffisantes permettant de construire un volume ou une surface pour ce nuage de particules dispersées dans l'espace. C'est pourquoi, nous avons analysé l'évolution des particules les unes par rapport aux autres pour caractériser la distribution des particules dans l'espace et pouvoir ainsi définir un volume.

Nous construisons un graphe de voisinage qui structure le flux en définissant pour chaque particule de la matière un voisinage. Ce graphe permet de mettre en avant les singularités des phénomènes représentés. Il présente une structure quasi-régulière de forme triangulaire. Cette information est insuffisante pour étudier la répartition d'une particule dans le nuage de points. Nous avons cherché à caractériser le positionnement des particules dans le nuage de points par le calcul de vecteurs voisins moyens. L'examen des images résultats montre que les particules que nous situons mentalement en bordure de surface ont un vecteur voisin moyen non nul, dirigé vers le centre de la matière. Avec cette nouvelle information pertinente, nous avons établi un ensemble de règles qui nous a permis de différencier les particules en bordure de surface, de celles à l'intérieur de la matière.

La dernière étape à réaliser serait la mise en place d'une méthode de rendu basée sur ces informations nouvellement acquise. Le volume, ou surface, construit ne devra en aucun cas masquer les différentes caractéristiques dynamiques et de forme du phénomène modélisé.

Références

- [FF01] N. Foster, R. Fedkiw. Practical animation of liquids. *Computer Graphics, Proceedings of SIGGRAPH'2001*. pp15–22. August 2001.
- [Gre73] D. Greenspan. *Discrete Models*. Editor Addison-Wesley. reading in applied mathematics. 1973.
- [Gar97] A. Gareau. Utilisation des systèmes de particules pour la simulation de phénomènes naturels – Présentation d'une architecture permettant l'intégration de systèmes animés hétérogènes. *Thèse de l'université de Lyon 1*. 1997.
- [GMW97] B. Guo, J.P. Menon, B. Willette. Surface reconstruction using alpha-shapes. *RC 20689, IBM Research Center*. Yorktown Heights. January 1997.
- [Hop94] Hugues Hoppe. Surface reconstruction from unorganized points. *PhD thesis*. University of Washington (USA). 1994.
- [Joe91] B. Joe. Construction of three-dimensional Delaunay triangulations using local transformations. *Computer Aided Design*, vol. 8, n°2, pp 123-142. May 1991.
- [LWA94] L.P. Logan, D.P.M. Wills, N.J. Avis. Deformable objects in virtual environments. *2nd UK VR-SIG Conference*. Silicon Graphics Reality Center, Theale (UK). December 1994.
- [LJFCR91] A. Luciani., S. Jimenez., J.L. Florens., C. Cadoz., and O. Raoult. Computational physics: a modeler simulator for animated physical objects. *Proceedings of the European Computer Graphics Conference and Exhibition*. Vienne, Austria. September 1991. Ed. Elsevier.
- [LHM95] A. Luciani, A. Habibi, and E. Manzotti. A multi-scale physical model of granular materials. *Proceedings of Graphics Interface'95*.
- [LHVD95] A. Luciani, A. Habibi, A. Vapillon, and Y. Duroc. A physical model of turbulent fluids. *Computer Animation and Simulation, Eurographics'95*, September 1995.
- [Luc00] A. Luciani. From granular avalanches to fluid turbulences through oozing pastes - A mesoscopic physically-based particle model. *Proceedings of GraphiCon*. (10):282—289. August 2000. Moscow, Russia.

- [Nul98] S. Nullans. Reconstruction géométrique de formes – Application à la géologie. *Thèse de l'université de Sophia-Antipolis*. Décembre 1998.
- [MP89] G. Miller A. Pearce. Globular Dynamics: a Connected Particle System for Animating Viscous Fluids. *Computers and Graphics*, 13(3):305—309. 1989. also in SIGGRAPH'89 Course notes number 30.
- [Sta97] J. Stam. A general animation framework for gaseous phenomena. *ERCIM Research Reports ERCIM-01/97-R047*, ERCIM, VTT. January 1997.
- [SACNG99] D. Stora, P.O.Agliati, M.P. Cani, F. Neyret, and J.D. Gascuel. Animating Lava Flows. *Graphics Interface (GI'99) Proceedings*. Pages 203-210. June 1999.
- [TPF89] D. Terzopoulos, J. Platt, K. Fleisher. Heating and melting deformable models (from goop to glop). *Graphics Interface'89*. pp219—226. June 1989. London, Ontario.
- [Ton91] D. Tonnesen. Modelling liquids and solids using thermal particles. *Graphics Interface'91*. pp255—262. June 1991. Calgary, AL.