Examen de synthèse d'images, 1997/1998
Tout document autorisé, 3h

Lancé de rayons

Soit H le volume d'équation :

$$x^2 + y^2 + z^4 \leq 1$$

1. Ce volume est-il invariant par rotation autour d'un axe (volume de révolution) ? Si oui : quel(s) axe(s) ?
2. Pour vous donner une idée de la forme du volume H, quel est la forme du volume défini par l'équation : $x^2 + y^2 + z^{100000} \leq 1$?
3. Donnez une "boite" englobante contenant H qui soit la plus petite et la plus "simple" possible.
4. H est-il ouvert ou fermé ? Pourquoi ?
5. H est-il convexe ? Prouvez-le.
6. Combien de fois un rayon (une droite) peut entrer et sortir de H ?
7. Donner l'algorithme d'intersection d'un rayon avec H.
   Le rayon est défini par une direction $V \begin{pmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{pmatrix}$ et le point de départ $P \begin{pmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \end{pmatrix}$

   On supposera avoir une fonction calculant les zéros d'un polynôme.

   La valeur retournée par l'intersection sera un vecteur de triplets
   `(Abscisse curviligne, Objet dont la surface est traversée, Objet dans lequel on rentre)`

   On supposera que l'objet `Extérieur` existe.

   On éliminera de manière intelligente les abscisses inférieures à 0 car on ne s'intéresse pas à ce qu'il y a "derrière".
8. Quel est la normale à H en un point de sa surface (x, y, z) ?
9. Proposez un repère tangent (définissant un plan tangent) au même point.
10. A quoi cela sert d'obtenir des coordonnées (u, v) à partir de (x, y, z) ?
11. Proposez une méthode pour obtenir (u, v).
    Quels sont les inconvénients et avantages de votre méthode ?

Z-buffer

12. Donnez une fonction `Open GL` permettant d'afficher H sous forme d'un polyèdre (sans lissage de Gouraud). Vous utiliserez des quadrangles.
13. Idem, avec un lissage de Gouraud.
14. Est-il nécessaire de réécrire les programmes précédents pour les volumes définis par $x^2 + y^4 + z^2 \leq 1$ et $x^4 + y^2 + z^2 \leq 1$?
    Comment faites-vous pour éviter la réécriture ?
15. Soit un point (X, Y, Z) dans l'espace, quel est sa projection sur la surface de H ? On supposera que le point projeté est à l'intersection de la surface de H et du segment de droite passant par (X, Y, Z) et $(0, 0, 0)$.
16. La facettisation que vous avez proposé donne des carreaux de tailles variées. On préférerai avoir une facettisation avec une topologie irrégulière mais avec des facettes de tailles homogènes.

    Proposez une méthode utilisant un système de particules et réutilisant la question précédente afin d'obtenir des facettes homogènes.
17. Dans le cas d'un modèle ne contenant qu'une union de facettes sans miroir.

    Quelle méthode est la plus rapide : lancé de rayons ou Z-buffer ?

    Pourquoi (indiquez toutes les raisons) ?