

M2-Images

notions d'intégration numérique

J.C. Iehl

October 18, 2017

résumé des épisodes précédents

simulation :

- ▶ tout les objets éclairés reçoivent de la lumière,
- ▶ cette lumière est réfléchiée dans la scène ...
- ▶ et éclaire les objets visibles (par les objets éclairés)...
- ▶ sommer tout ça pour chaque point visible de la camera.

l'équation qui fait peur

$$L_r(p, \vec{\omega}_o) = L_e(p, \vec{\omega}_o) + \int_{\Omega^+} L_i(p, \vec{\omega}) f_r(p, \vec{\omega} \rightarrow \vec{\omega}_o) |\cos \theta| d\omega$$

avec :

- ▶ $L_r(p, \vec{\omega}_o)$: énergie réfléchiée par p dans la direction $\vec{\omega}_o$,
- ▶ $L_e(p, \vec{\omega}_o)$: énergie émise par p dans la direction $\vec{\omega}_o$,
- ▶ Ω^+ : ensemble de directions autour du point p ,
- ▶ $L_i(p, \vec{\omega}) = L_r(q, -\vec{\omega})$: énergie incidente en p dans la direction $\vec{\omega}$ = énergie réfléchiée par q vers p ,
- ▶ $f_r(p, \vec{\omega} \rightarrow \vec{\omega}_r)$: matière de p ,
- ▶ θ : angle entre la normale en p et $\vec{\omega}$.

en clair :

en clair :

- ▶ pour chaque point p visible par la camera,
- ▶ trouver toutes les sources visibles,
 $L_i(p, \vec{\omega}) > 0 \equiv L_e(s, -\vec{\omega}) > 0$,
 avec s un point sur une source,
 visible par p dans la direction $\vec{\omega}$, $V(p, s) \equiv 1$
- ▶ puis, trouver tout les objets visibles,
 et pour chaque point sur un objet visible, trouver quelles sources de
 lumière sont visibles.

$$L_r(p, \vec{\omega}_o) = L_e(p, \vec{\omega}_o) + \int_{\Omega^+} V(p, s) L_e(s, -\vec{\omega}) f_r(p, \vec{\omega} \rightarrow \vec{\omega}_o) |\cos \theta| d\omega$$

qu'est ce qu'on calcule ?

calculer :

- ▶ tester un ensemble de directions, $\vec{\omega} \in \Omega^+$,
- ▶ si une source de lumière est visible dans cette direction
 $L_e(s, -\vec{\omega}) > 0$,
- ▶ calculer la lumière réfléchiée vers la camera,
 $L_e(s, -\vec{\omega}) f_r(p, \vec{\omega} \rightarrow \vec{\omega}_o) |\cos \theta|$,
- ▶ sommer pour toutes les directions.

choisir des directions...

un ensemble de directions $\vec{\omega} \in \Omega^+$:

- ▶ autour d'un point sur un objet,
- ▶ ??

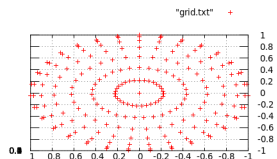
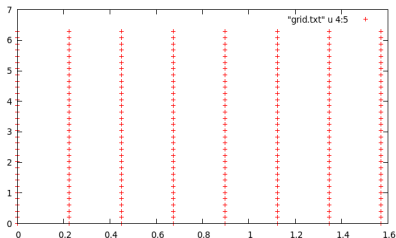
idée :

- ▶ rappel: intégration avec "la méthode des rectangles",
- ▶ fonctionne pour des fonctions 1d,
- ▶ mais les directions sont définies en 2d...

choisir des directions...

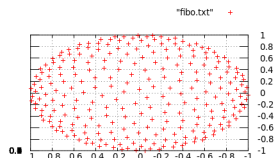
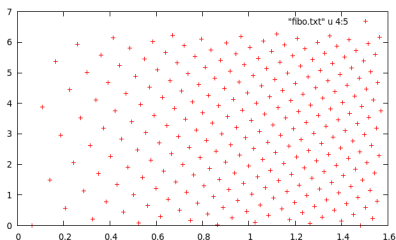
construire une grille 2d :

- ▶ coordonnées polaires $\vec{\omega} \equiv (\theta, \phi)$

grille en (θ, ϕ) 

est ce que les cellules sont de même taille ?
est ce que c'est une grille ?

spirale de Fibonacci en (θ, ϕ)



est ce que les cellules sont de même taille ?
est ce que c'est une grille ?

spirale de Fibonacci

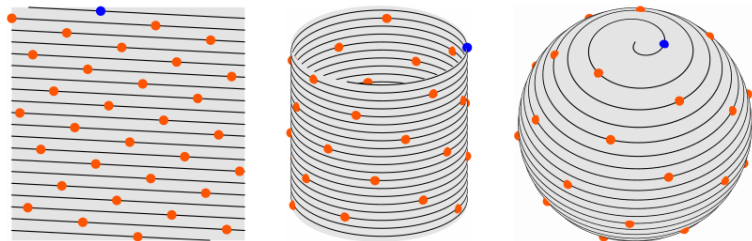


Figure 1: *Illustration of the construction of the point set \mathbf{SF}_i^{32} , showing the mapping from the grid through a cylinder to the sphere. The first point of the point set is marked blue.*

"Spherical Fibonacci Mapping"

spirale de Fibonacci

construction :

- ▶ pour $i \in N$ points
- ▶ $\cos \theta = 1 - \frac{2i+1}{2N}$
- ▶ $\phi = 2\pi \left[\frac{i}{\Phi} \right] \equiv 2\pi \left(\frac{i}{\Phi} - \left\lfloor \frac{i}{\Phi} \right\rfloor \right)$
- ▶ $(x, y, z) = (\cos \phi \sin \theta, \sin \phi \sin \theta, \cos \theta)$
- ▶ avec $\Phi = \frac{(\sqrt{5}+1)}{2}$
- ▶ avec $\sin \theta = \sqrt{1 - \cos^2 \theta}$

"Spherical Fibonacci Mapping"

B. Keinert, M. Innmann, M. Sanger

"Spherical Fibonacci Point Sets for Illumination Integrals"

R. Marques, C. Bouville, M. Ribardière, L.P. Santos, K. Bouatouch

retour au calcul...

rappel :

tester un ensemble de directions, $\vec{\omega} \in \Omega^+ \dots$

dans quel repère connaît-on les directions $\vec{\omega}$?

dans quel repère faut-il connaître la direction du rayon ?

changement de repère...

$\vec{\omega}$ dans le repère de la scène :

- ▶ on connaît les coordonnées de $\vec{\omega}$ dans un repère local aligné sur la normale du point p ,
- ▶ comment calculer les coordonnées de $\vec{\omega}$ dans le repère de la scène ?

idée :

- ▶ on connaît la normale n au point p ,
- ▶ construire un 2^{ième} vecteur en "modifiant" les coordonnées de n ?

changement de repère...

idée :

- ▶ remplacer la plus petite composante (en valeur absolue) par 1,
- ▶ 2 produits vectoriels permettent enfin de construire 2 autres vecteurs orthogonaux...

plus rapide / plus simple :

- ▶ "Building an Orthonormal Basis, Revisited"
- ▶ corrige un problème numérique de :
"Building an Orthonormal Basis from a 3D Unit Vector Without Normalization"

J.R. Frisvald

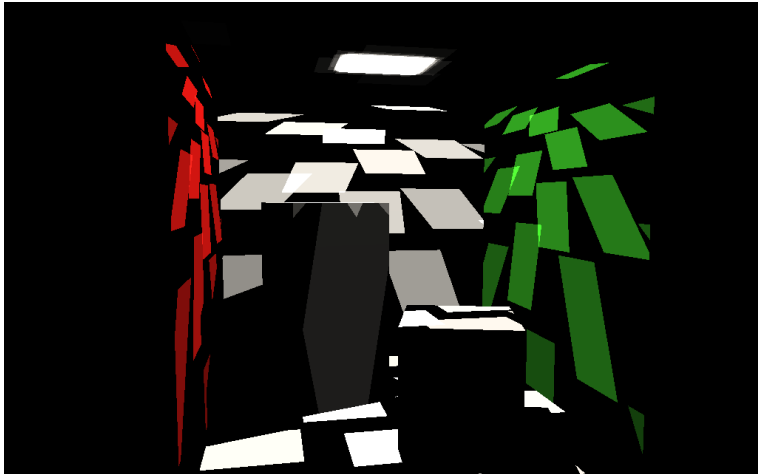
retour au calcul...

rappel :

- ▶ tester un ensemble de directions, $\vec{\omega} \in \Omega^+ \dots$
- ▶ sommer la lumière émise par les sources visibles dans les N directions...
- ▶ ou :
sommer la lumière réfléchiée par les points visibles dans les N directions...

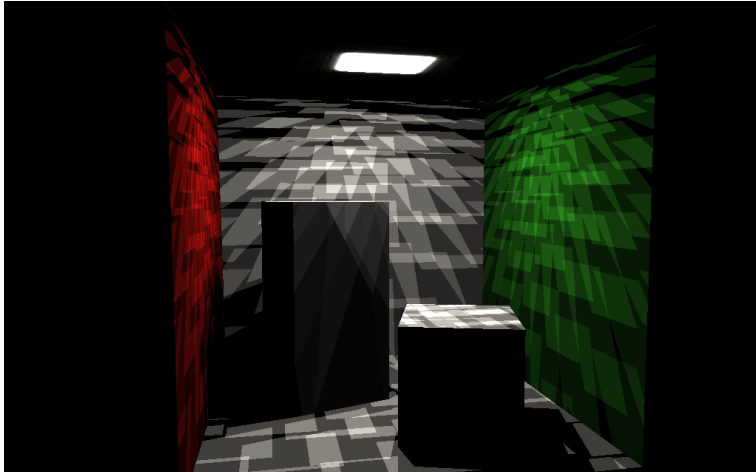
Introduction
directions uniformes
calcul: éclairage direct
éclairage indirect
éclairage direct efficace

exemple : 64 directions / Fibonacci



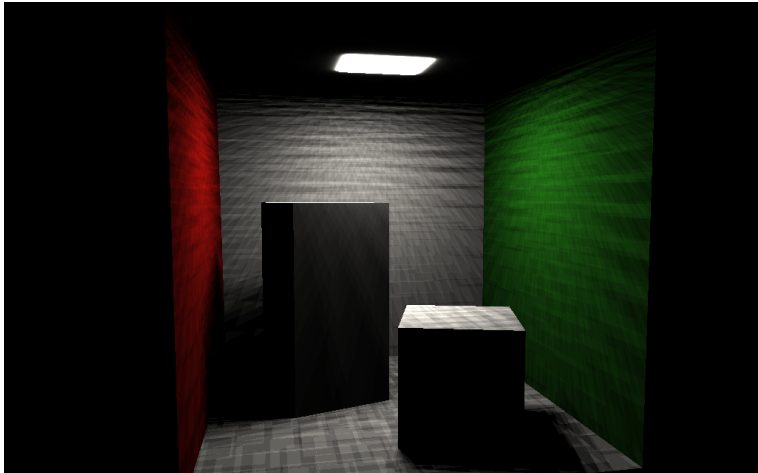
Introduction
directions uniformes
calcul: **éclairage direct**
éclairage indirect
éclairage direct efficace

exemple : 256 directions / Fibonacci



Introduction
directions uniformes
calcul: **éclairage direct**
éclairage indirect
éclairage direct efficace

exemple : 1024 directions / Fibonacci



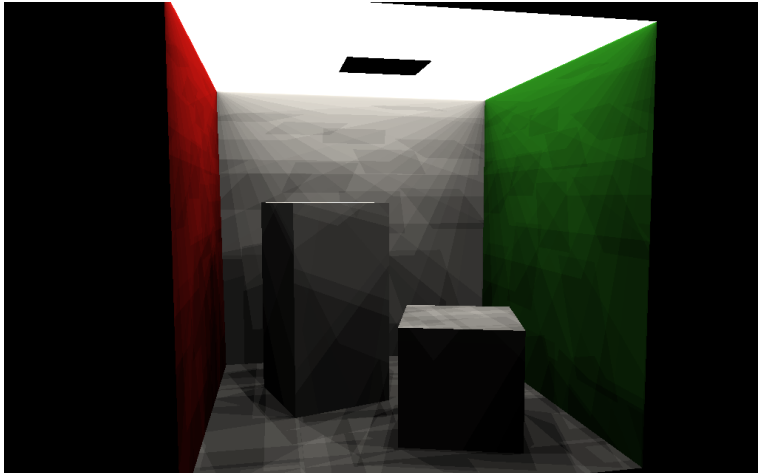
ça marche, mais...

et alors ?

- ▶ si la source est "petite", il faut beaucoup de directions,
- ▶ le temps de calcul explose...

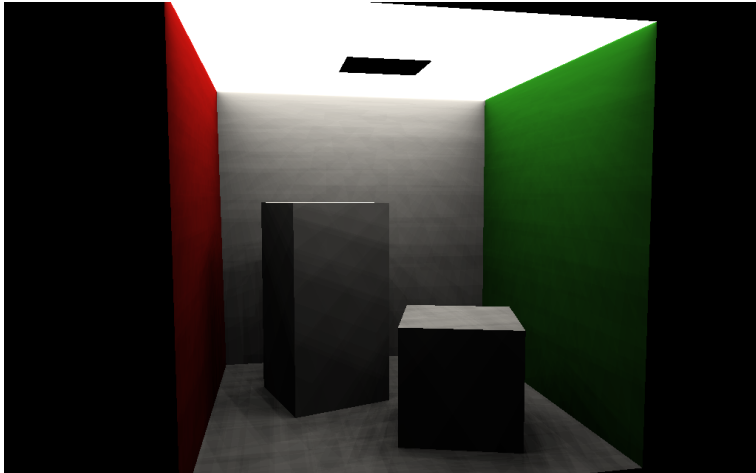
Introduction
directions uniformes
calcul: éclairage direct
éclairage indirect
éclairage direct efficace

exemple : 64 directions / Fibonacci



Introduction
directions uniformes
calcul: éclairage direct
éclairage indirect
éclairage direct efficace

exemple : 256 directions / Fibonacci



ça marche, mais...

idée :

- ▶ pas assez de précision pour un nombre raisonnable de directions...
- ▶ ??

perturber l'orientation de la spirale ?

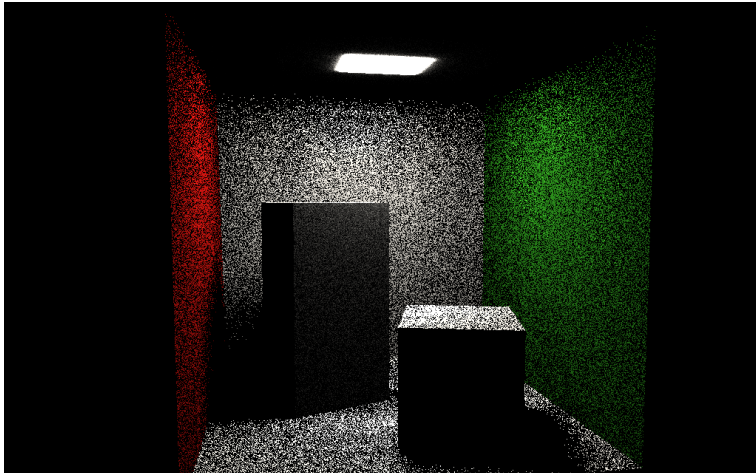
perturber la spirale de Fibonacci...

- ▶ rappel : $\phi = 2\pi \left[\frac{i}{\Phi} \right]$
- ▶ $\phi = 2\pi \left[\frac{i+u}{\Phi} \right]$
- ▶ avec u valeur aléatoire $\in [0..1]$, constante pour une spirale,
- ▶ plus difficile de perturber θ , pourquoi ?

chaque point p / pixel utilise des directions $\vec{\omega}$ différentes...

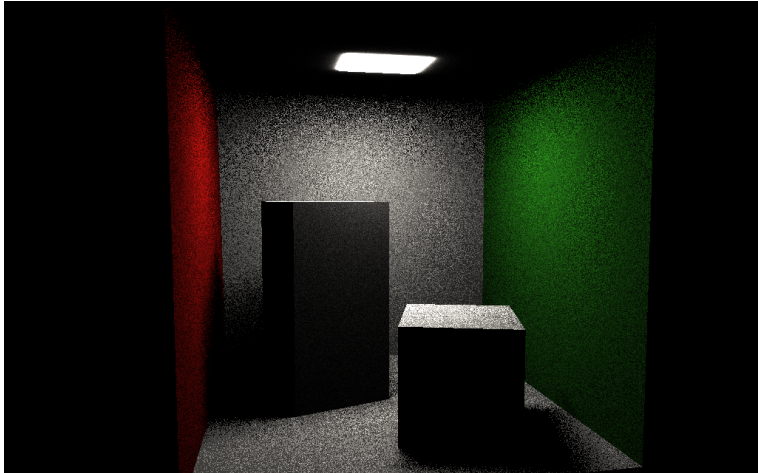
Introduction
directions uniformes
calcul: éclairage direct
éclairage indirect
éclairage direct efficace

exemple : 64 directions / Fibonacci + perturbation ϕ



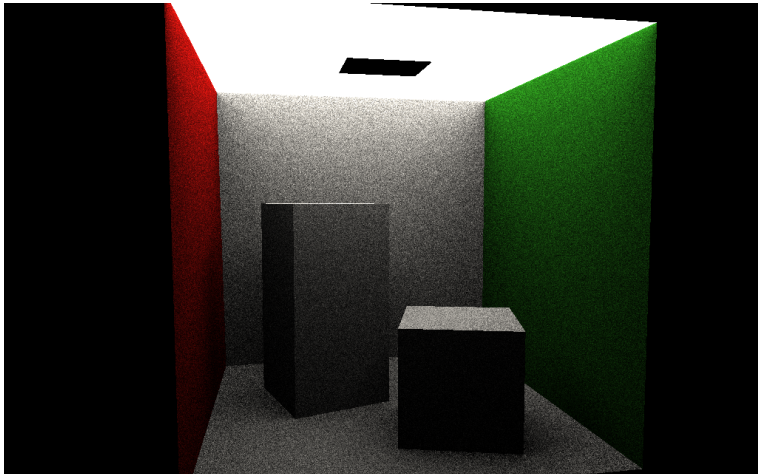
Introduction
directions uniformes
calcul: éclairage direct
éclairage indirect
éclairage direct efficace

exemple : 256 directions / Fibonacci + perturbation ϕ



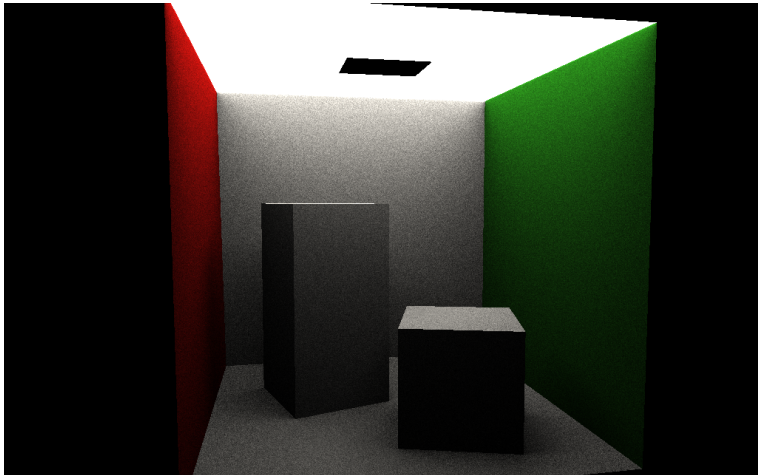
Introduction
directions uniformes
calcul: éclairage direct
éclairage indirect
éclairage direct efficace

exemple : 64 directions / Fibonacci + perturbation ϕ



Introduction
directions uniformes
calcul: éclairage direct
éclairage indirect
éclairage direct efficace

exemple : 256 directions / Fibonacci + perturbation ϕ



rappel :

rappel :

- ▶ pour chaque point p visible par la camera,
- ▶ trouver toutes les sources visibles,
 $L_i(p, \vec{\omega}) > 0 \equiv L_e(s, -\vec{\omega}) > 0$,
avec s un point sur une source,
visible par p dans la direction $\vec{\omega}$, $V(p, s) \equiv 1$
- ▶ puis, trouver tout les objets visibles,
et pour chaque point sur un objet visible, trouver quelles sources de lumière sont visibles.

et alors ?

combien de rayons par pixel ?

- ▶ pour chaque pixel, N directions, pour chaque point trouvé, encore N directions...
- ▶ soit N^2 rayons par pixel,
- ▶ pour $\approx 1M$ pixel...
- ▶ et $N \approx 1000$,
- ▶ et pour plus de rebonds ? N^3 , N^4 , etc.

pas très raisonnable...

contrôler le nombre de rayons par pixel

bilan :

- ▶ pour chaque pixel,
- ▶ suivre un arbre *complet* de rayons (avec N^2 feuilles),
- ▶ et si on ne suivait que "quelques" chemins au lieu de N^2 existants dans l'arbre complet ?

comment ?

contrôler le nombre de rayons par pixel

comment :

- ▶ choisir aléatoirement les $P \ll N^2$ chemins à suivre,
- ▶ et utiliser une spirale avec beaucoup de directions ($N = 32768$, par exemple), pour obtenir suffisamment de précision.

remarque : $N = \infty$, c'est encore mieux...

choisir aléatoirement P directions

choisir P directions :

- ▶ intuition : pour P directions combien sont choisies sur la ligne $\theta = \pi/2$?
et sur la ligne $\theta = \pi/4$?
- ▶ intuition : combien de colonnes pour chaque ligne ?

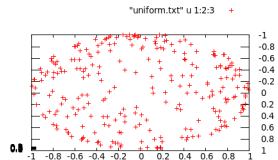
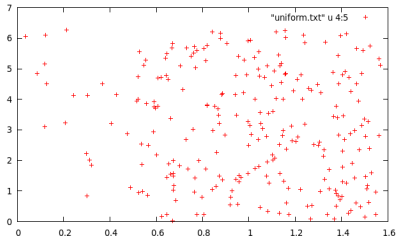
on peut faire la même construction, choisir une direction parmi les 2π qui existent sur une hémisphère.

choisir aléatoirement P directions

recueil de formules :

- ▶ "Global Illumination Compendium"
P. Dutre
- ▶ par exemple, eq 34 et 35
- ▶ $\cos \theta = u_1$
- ▶ $\phi = 2\pi u_2$
- ▶ $(x, y, z) = (\cos \phi \sin \theta, \sin \phi \sin \theta, \cos \theta)$
- ▶ avec $\sin \theta = \sqrt{1 - \cos^2 \theta}$,
- ▶ avec u_1, u_2 valeurs aléatoires $\in [0..1]$

directions uniformes



et alors ?

et alors ?

- ▶ on peut "maîtriser" le temps de calcul en controlant le nombre de chemins suivis par pixel,
- ▶ mais la qualité est toujours assez mauvaise...

il serait peut être plus efficace de viser exactement les sources, au lieu de les chercher au hasard ?

éclairage direct efficace

éclairage direct efficace :

- ▶ comment "viser" une source de lumière ?
- ▶ trouver les directions pour lesquelles la source est visible depuis un point $p...$
- ▶ ??
- ▶ et si on choisit directement un ensemble de points à la surface de la source de lumière ?
- ▶ il ne reste plus qu'à vérifier que la lumière arrive au point $p...$

choisir un point sur une source de lumière ?

??

- ▶ il faut trouver des points qui auraient pu être testés par les directions de la spirale de Fibonacci...
- ▶ au lieu de sommer sur un ensemble de directions, il faut sommer sur l'ensemble des points de la source, vus depuis le point p ...
- ▶ quand on change de direction sur la spirale, comment "bouge" le point sur la source ?

choisir un point sur une source de lumière ?

changement de variable :

- ▶ au lieu d'intégrer sur les directions autour de p , qui correspondent à des points sur la source,
- ▶ intégrer sur les points de la source et vérifier qu'ils sont visibles par p .

$$L_r(p, \vec{\omega}_o) = L_e(p, \vec{\omega}_o) + \int_S L_e(s, -\vec{\omega}) f_r(p, \vec{\omega} \rightarrow \vec{\omega}_o) G(p, s) ds$$

avec $G(p, s) = V(p, s) \frac{|\cos \theta| |\cos \theta_s|}{d^2(p, s)}$

choisir un point sur une source de lumière ?

c'est malin, comment on génère un point dans un triangle ?

- ▶ on peut utiliser la même idée que la spirale de Fibonacci :
- ▶ découper le triangle en lignes et construire les cellules contenues dans le triangle,
- ▶ ou on peut aussi faire la construction pour $N = \infty$,
- ▶ cf GI Compendium, eq 18
- ▶ $\beta = (1 - u_2)\sqrt{u_1}$
- ▶ $\gamma = u_2\sqrt{u_1}$
- ▶ $p(\beta, \gamma) = (1 - \beta - \gamma)a + \beta b + \gamma c$