

# M2-Images

suivi de chemins / path tracing

J.C. lehl

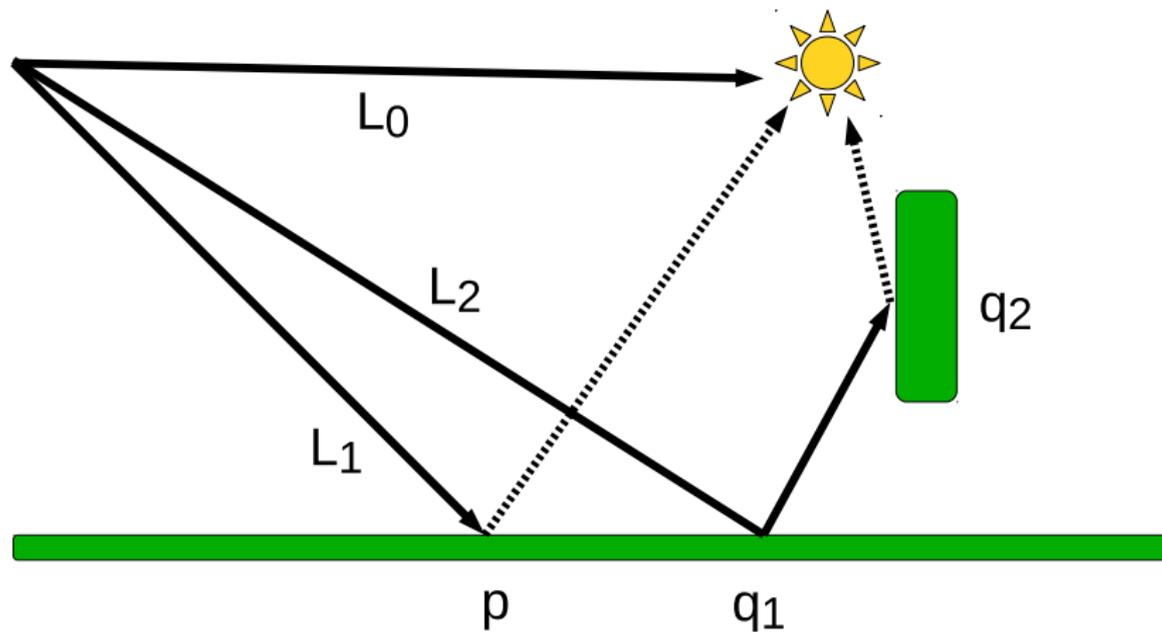
January 18, 2017

## résumé des épisodes précédents :

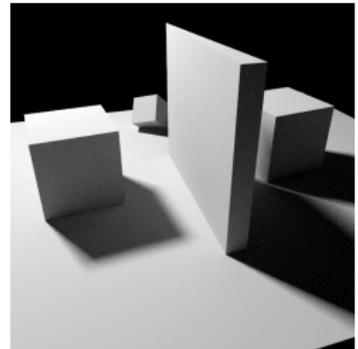
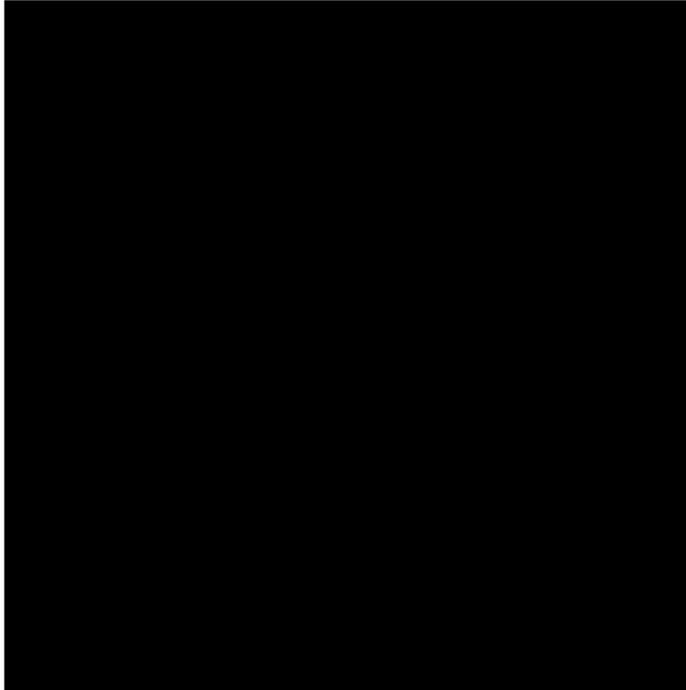
éclairage direct / indirect :

- ▶ "simuler" la propagation de la lumière,
- ▶ un point d'un objet est éclairé par les sources de lumières,
- ▶ et par les autres objets...

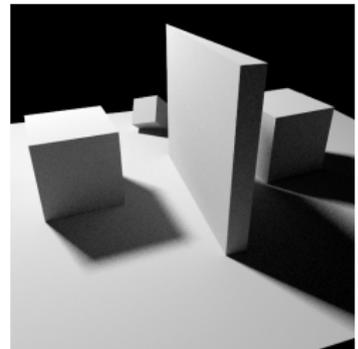
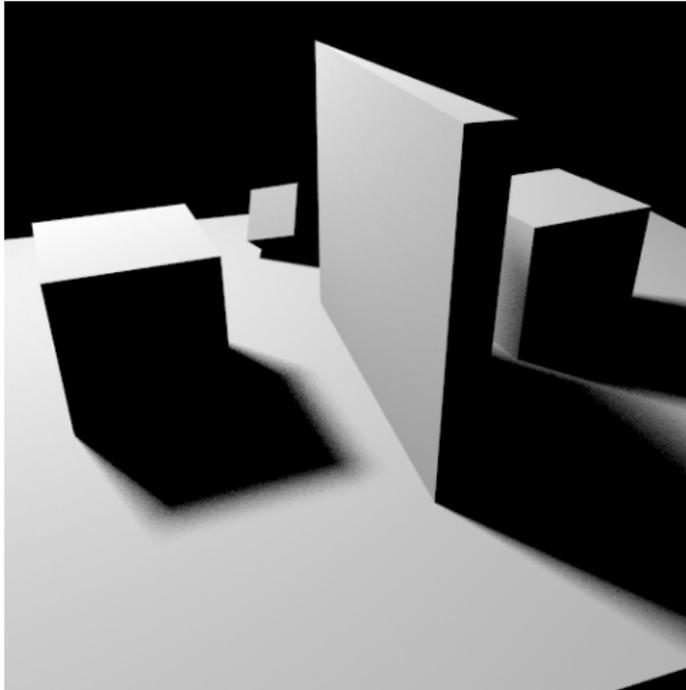
# résumé



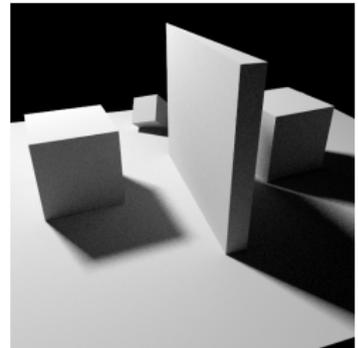
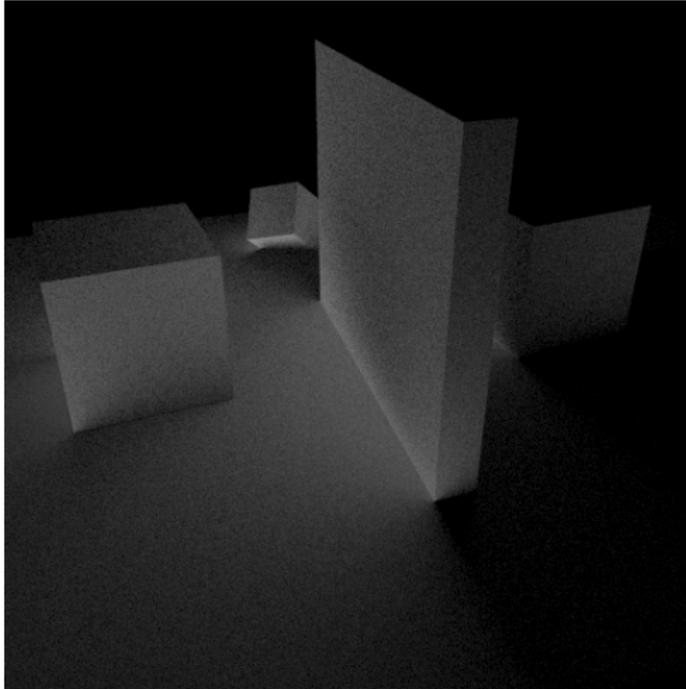
# résumé : $L_0$



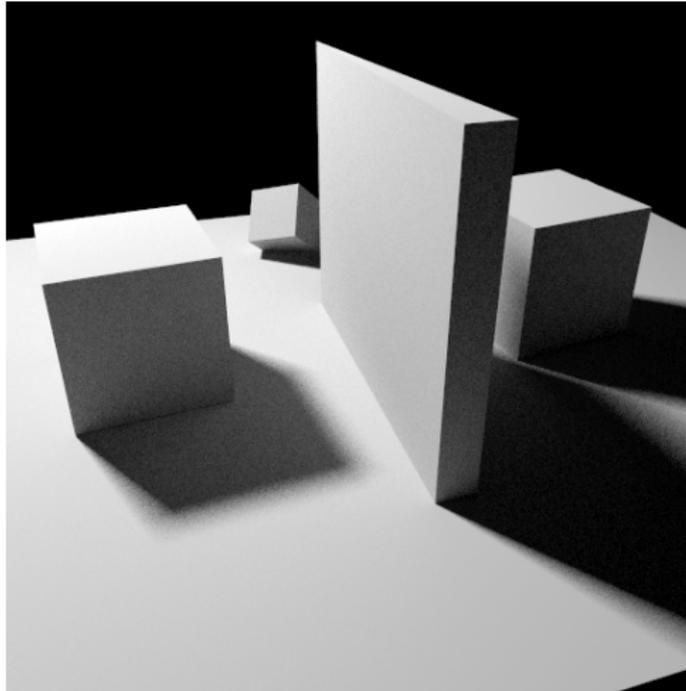
# résumé : $L_1$



## résumé : $L_2$



résumé :  $L = L_0 + L_1 + L_2$



## l'équation qui fait peur . . .

$$L_r(p, \vec{\omega}_o) = L_e(p, \vec{\omega}_o) + \int_{\Omega^+} L_i(p, \vec{\omega}) f_r(p, \vec{\omega} \rightarrow \vec{\omega}_o) |\cos \theta| d\omega$$

avec :

- ▶  $L_r(p, \vec{\omega}_o)$  : énergie réfléchiée par  $p$  dans la direction  $\vec{\omega}_o$ ,
- ▶  $L_e(p, \vec{\omega}_o)$  : énergie émise par  $p$  dans la direction  $\vec{\omega}_o$ ,
- ▶  $\Omega^+$  : ensemble de directions autour du point  $p$ ,
- ▶  $L_i(p, \vec{\omega}) = L_r(q, -\vec{\omega})$  : énergie incidente en  $p$  dans la direction  $\vec{\omega}$  = énergie réfléchiée par  $q$  vers  $p$ ,
- ▶  $f_r(p, \vec{\omega} \rightarrow \vec{\omega}_r)$  : matière de  $p$ ,
- ▶  $\theta$  : angle entre la normale en  $p$  et  $\vec{\omega}$ .

## l'équation qui fait moins peur . . .

$$L_r(p, \vec{\omega}_o) = L_e(p, \vec{\omega}_o) + L_{direct}(p, \vec{\omega}_o) + L_{indirect}(p, \vec{\omega}_o)$$

lumière réfléchie par  $p$  = émission + direct + indirect.

## résumé :

on sait calculer :

- ▶ émission,  $L_0$
- ▶ direct,  $L_1$ , cf cours précédent + *multiple importance sampling*,
- ▶ indirect,  $L_2$  ?

## indirect : $L_2$

$$L_2(p, \vec{\omega}_o) = \int_{\Omega-S} L_i(p, \vec{\omega}) f_r(p, \vec{\omega} \rightarrow \vec{\omega}_o) |\cos \theta| d\omega$$

avec  $\Omega - S$  l'ensemble des directions qui ne correspondent pas à une source de lumière...

et  $L_i(p, \vec{\omega}) = L_r(q, -\vec{\omega}) \approx L_1(q, -\vec{\omega})$ , avec  $q$ , point visible par  $p$  dans la direction  $\vec{\omega}$ .

## indirect : $L_2$

$$L_2(p, \vec{\omega}_o) = \int_{\Omega-S} \int_{Aire(S)} L_e(s, q) f_r(s, q, p) G(q, s) f_r(q, p, o) \cos \theta ds d\omega$$

$$L_2(p, o) = \int_{Aire} \int_{Aire(S)} L_e(s, q) f_r(s, q, p) G(q, s) f_r(q, p, o) G(p, q) ds dq$$

avec  $G(x, y) = V(x, y) \frac{\cos \theta_x \cos \theta_y}{d^2(x, y)}$

estimateur :  $L_2$ 

$$L_2(p, o) = \frac{1}{N} \sum \frac{L_e(s_i, q_i) f_r(s_i, q_i, p) G(q_i, s_i) f_r(q_i, p, o) G(p, q_i)}{\text{pdf}(s_i, q_i)}$$

$\text{pdf}(s, q)$  trouver un point  $q$  visible par  $p$ , et un point  $s$  sur une source de lumière.

$\text{pdf}(s, q) = \text{pdf}_1(s) \times \text{pdf}_2(q)$ ,  
choix de  $s$  indépendant du choix de  $q$ .

## réduction de variance

quelle densité pour  $q$  et  $s$  ?

- ▶ pour  $s$ , il y en a au moins 2, cf cours précédent,
- ▶ pour  $q$  ?  $\cos \theta$  ?

quelle est l'influence de  $q$  sur la fonction intégrée ?

## quelle densité pour $q$ ?

$q \propto f_r(q, p, o)$  :

- ▶ choisir  $q$  en fonction la réflexion / la matière en  $p$ ...
- ▶ comment ?
- ▶ cas diffus :  $f_r(q, p, o) = k/\pi$ , choisir  $q \propto \cos \theta$
- ▶ cas glossy :  $f_r(q, p, o) = k \cos^m \theta$ ...

peut on choisir des directions  $\propto \cos^m \theta$  ?

## quelle densité pour $q$ ?

utiliser  $\cos^m \theta$  comme pdf

- ▶ on sait que  $0 < \cos^m \theta < 1$
- ▶ et

$$\int_{\Omega} \cos^m \theta d\omega = \frac{2\pi}{m+1}$$

- ▶ donc

$$\int_{\Omega} \frac{m+1}{2\pi} \cos^m \theta d\omega = 1$$

on peut utiliser  $\frac{m+1}{2\pi} \cos^m \theta$  comme pdf, reste à vérifier que l'on peut générer des directions distribuées selon cette pdf.

## quelle densité pour $q$ ?

générer des directions :

- ▶ cf GI Compendium, eq 36
- ▶  $\cos \theta = u_2^{\frac{1}{m+1}}$
- ▶  $\phi = 2\pi u_1$
- ▶  $(x, y, z) = (\cos \phi \sin \theta, \sin \phi \sin \theta, \cos \theta)$
- ▶ avec  $\sin \theta = \sqrt{1 - \cos^2 \theta}$
- ▶ avec  $u_1, u_2$  valeurs aléatoires  $\in [0..1]$

## quelle densité pour $q$ ?

on sait générer des directions  $\vec{\omega} \propto \cos^m \theta$  :

- ▶ ce sont les directions  $\vec{\omega}_h$  qui sont  $\propto \cos^m \theta_h$
- ▶  $\vec{\omega} = \text{refl}(\vec{\omega}_o, \vec{\omega}_h) = -\vec{\omega}_o + 2(\vec{\omega}_o \cdot \vec{\omega}_h)\vec{\omega}_h$
- ▶ quelle est la densité de la direction réfléchiée ?
- ▶  $\text{pdf}(\vec{\omega}) = \frac{m+1}{2\pi} \frac{\cos^m \theta_h}{4(\vec{\omega}_o \cdot \vec{\omega}_h)}$

$$\text{pdf}(q) = \text{pdf}(\vec{\omega}) \times \frac{\cos \theta_q}{d^2(p, q)} \quad (\text{avec } q \text{ visible de } p \text{ dans la direction } \vec{\omega} \propto \text{pdf}(\vec{\omega}))$$

## retour au calcul

bilan :

- ▶ 2 *pdf* possible pour choisir  $s$  sur une source,
- ▶ 2 *pdf* possible pour choisir  $q$  sur un objet visible par  $p...$
- ▶ combien d'estimateurs peut-on construire ?
- ▶ comment les pondérer ?

## indirect $L_3$

$L_3$ ?

- ▶ un rebond de plus,
- ▶ trouver un point  $r$  visible depuis  $q$  et éclairé par un point  $s$  sur une source,
- ▶ une intégrale de plus... même type de solution que pour  $L_2$

et on arrete quand ?