M2-Images

Equation de rendu

J.C. Iehl

November 17, 2010

Radiométrie

plusieurs grandeurs physiques :

- le flux, noté Φ, unité J/s ou W,
- l'éclairement, noté E, unité W/m^2,
- l'intensité, noté I, unité W/sr,
- la luminance, noté L, unité $W/m^2/sr$

Radiométrie : Flux

définition :
Φ, quantité d'énergie traversant une surface / région par unité de temps.

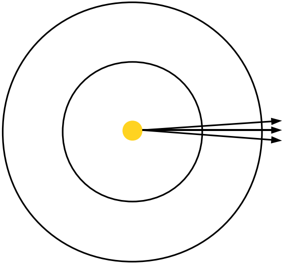
unité :
W, Watt.

utilisé pour décrire la puissance d'une source de lumière (en Watt).

Radiométrie : Flux

remarque :

le flux mesure la quantité d'énergie émise, plus on s'éloigne d'une source de lumière, plus le flux "local" diminue, (le flux émis est constant).



Radiométrie : Eclairement

définition :

$E = \frac{d\Phi}{dA}$, densité de flux par unité d'aire.

unité :

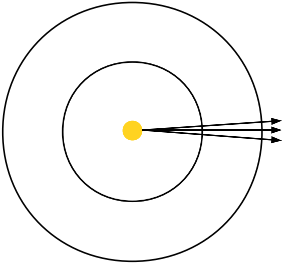
W/m^2, Watt par mètre carré.

Radiométrie : Eclairement

exemple :

aire d'une sphère de rayon $r = 4\pi r^2$,

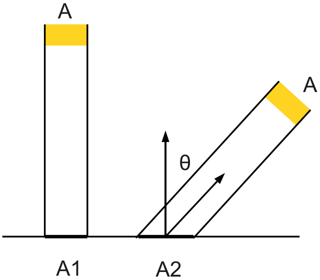
$$E = \frac{\Phi}{4\pi r^2}$$



Radiométrie : Eclairement

exemple :

2 surfaces orientées différement n'ont pas le même éclairement.



$E_1 = \frac{\Phi}{A1}$ avec $A1 = A$, donc $E_1 = \frac{\Phi}{A}$
$E_2 = \frac{\Phi}{A2}$ avec $A2 = A \,/ \cos\theta$, donc $E_2 = \frac{\Phi \cos\theta}{A} = E_1 \cos\theta$

Radiométrie : Intensité

définition :

$I = \frac{d\Phi}{d\omega}$, densité de flux par unité d'angle solide.

unité :

W/sr, Watt par stéradian.

Angle solide

angle solide :

- équivalent 3d d'un angle 2d, projection d'un objet sur une sphère unitaire,
- ensemble de directions sur la sphère (noté $d\omega$),
- unité : le stéradian, $\Omega = \frac{A}{r^2}$, soit 4π stéradians sur la sphère.

rappel : angle

- projection d'un objet sur un cercle unitaire,
- ensemble de points sur le cercle,
- unité : le radian, $\theta = \frac{l}{r}$, soit 2π radians sur le cercle.

Radiométrie : Luminance

définition :

$L = \frac{dI}{dA} = \frac{dE}{d\omega} = \frac{d^2\Phi}{d\omega dA \cos\theta}$, densité de flux par unité d'aire, par unité d'angle solide.

unité :

$W/m^2/sr$, Watt par mètre carré, par stéradian.

Radiométrie : Luminance

remarques :

- la luminance est constante le long d'un rayon (dans le vide),
- les autres quantités peuvent être calculées en intégrant la luminance, par direction et/ou par aire.

exemple :

$$E(p) = \int_{\vec{\omega} \in \Omega} L_i(p, \vec{\omega}) \cos\theta d\omega$$

Radiométrie : Remarques

source ponctuelle :

on ne peut pas déterminer la luminance au point p émise par une source ponctuelle.

- pas d'angle solide associé.

source "simple" :

une "petite" sphère (cf. ampoule).

Equation de rendu

"The rendering equation"
J.T. Kajiya, 1986

$$L_r(p, \vec{\omega}_r) = L_e(p, \vec{\omega}_r) + \int_{\vec{\omega} \in \Omega^+} L_r(q, -\vec{\omega}) f_r(p, \vec{\omega} \rightarrow \vec{\omega}_r) \cos\theta d\omega$$

avec q point visible de p dans la direction $\vec{\omega}$.

Equation de rendu

intuition :
pourquoi s'arrêter après une seule interaction dans le calcul de $L_{indirect}(p, \vec{\omega}_r)$?

$$\begin{aligned}
L_r(p, \vec{\omega}_r) &= L_e(p, \vec{\omega}_r) + L_{direct}(p, \vec{\omega}_r) + L_{indirect}(p, \vec{\omega}_r) \\
L_r(p, \vec{\omega}_r) &= L_e(p, \vec{\omega}_r) + \int_{\vec{\omega} \in \Omega} L_i(p, \vec{\omega}) f_r(p, \vec{\omega} \to \vec{\omega}_r) \cos\theta d\omega \\
L_i(p, \vec{\omega}) &= L_r(q, -\vec{\omega}) \text{ (rappel)} \\
L_r(p, \vec{\omega}_r) &= L_e(p, \vec{\omega}_r) + \int_{\vec{\omega} \in \Omega} L_r(q, -\vec{\omega}) f_r(p, \vec{\omega} \to \vec{\omega}_r) \cos\theta d\omega
\end{aligned}$$

avec q point visible de p dans la direction $\vec{\omega}$.
la formulation complète est récursive ....

Reformulation sur les aires

rappel : $d\omega = \frac{\cos\theta_q}{|\overrightarrow{pq}|^2} dA_q$

$$
\begin{aligned}
L(p,o) &= L_e(p,o) + \int_{q \in A} L(q,p) f_r(q,p,o) V(p,q) \frac{\cos\theta \cos\theta_q}{|\overrightarrow{pq}|^2} dA_q \\
&= L_e(p,o) + \int_{q \in A} L(q,p) f_r(q,p,o) G(p,q) dA_q
\end{aligned}
$$

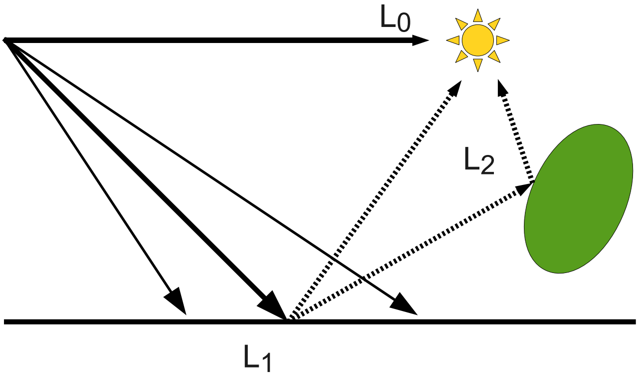
avec $G(p,q) = V(p,q) \frac{\cos\theta \cos\theta_q}{|\overrightarrow{pq}|^2}$

Substitution récursive ...

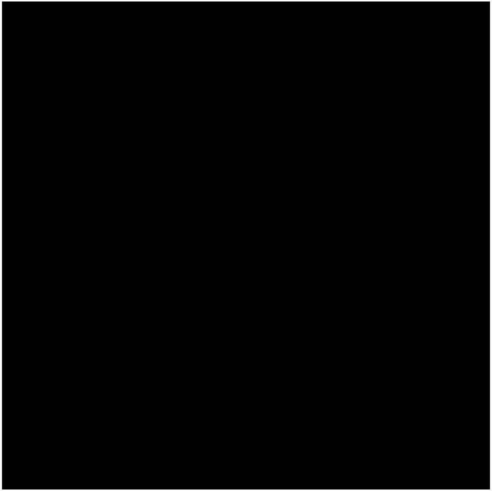
- "casser" la récursion,
- extraire explicitement : l'énergie directe, l'énergie indirecte après un rebond, après 2 rebonds, etc.

$$\begin{aligned}
L_0(p,o) &= L_e(p,o) \text{ (émission directement visible)} \\
L_1(p,o) &= L_0(p,o) + \int_{q_1 \in A} L_0(q_1,p) f_r(q_1 \ldots) G(p,q_1) dA_{q_1} \text{ (éclairage direct)} \\
L_2(p,o) &= L_1(p,o) + \int_{q_2 \in A} L_1(q_2,p) f_r(q_2 \ldots) G(p,q_2) dA_{q_2} \text{ (éclairage indirect)} \\
L(p,o) &= \sum_{k=0}^{\infty} L_k(p,o)
\end{aligned}$$

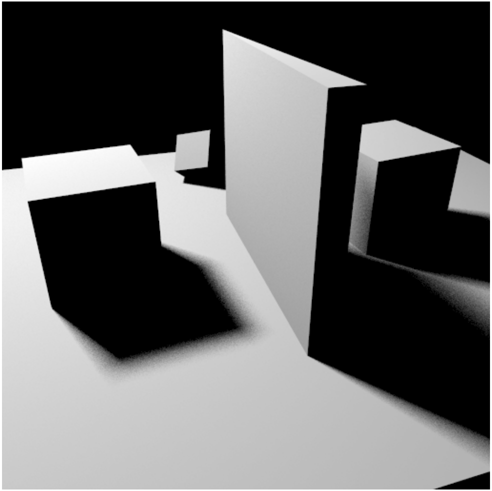
Substitution récursive . . .



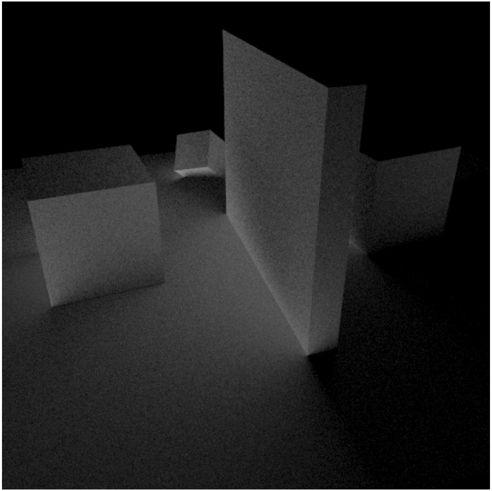
Substitution récursive : L_0



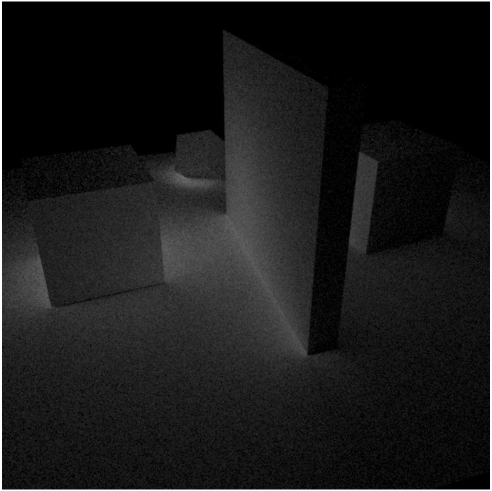
Substitution récursive : L_1



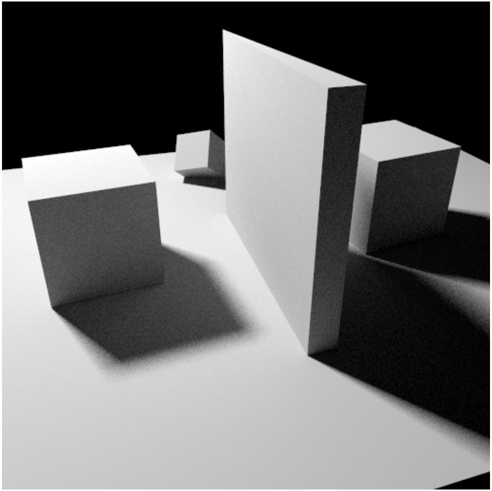
Substitution récursive : L_2



Substitution récursive : $L_3 \times 8$



Substitution récursive : $L = L_0 + L_1 + L_2 + L_3$



Chemins (notions)

algorithme :

- pour chaque longueur de chemin :
- générer les k points du chemin aléatoirement sur les surfaces de la scène,
- calculer l'énergie réfléchie par p vers o.

quelques détails à régler :

- $pdf(q_0)$? $pdf(q_1)$? $pdf(q_k)$?
- quelle *pdf* pour le chemin complet ?
- utiliser Monte Carlo pour estimer L_0, L_1, L_2, etc. ?
- ou utiliser Monte Carlo pour estimer $L = \sum_{k=0}^{\infty} L_k$?

Quelques détails à régler ...

2 choix :

- calculer les termes L_k séparement et tout sommer,
- calculer directement L.

mais : changement d'espace de travail

point q_{k+1} visible depuis q_k, ou chemin de k rebonds ?
(dimension 2 ou dimension $2k$ ou $3k$?)

les calculs de *pdf* dépendent de l'espace de travail.

Quelques détails à régler ...

L est une somme infinie :
comment tronquer cette somme aux N premiers termes sans introduire une erreur systématique ?

$$\hat{L} = \sum_{k=0}^{N} L_k \approx L = \sum_{k=0}^{\infty} L_k$$

idée :
choix aléatoire de N au lieu d'une valeur fixée à l'avance.