M2-Images

Equation de rendu et Monte Carlo

J.C. Iehl

November 18, 2009

Résumé des épisodes précédents

- transformations,
- intersections + accélérations,
- matières,
- algorithme générique,
- éclairage direct, éclairage "par les autres objets",
- intégration numérique et Monte Carlo.

application de Monte Carlo à d'autres cas ?
application de Monte Carlo "global" ?

Bilan

rappel :

- principe de réduction de variance : utiliser une *pdf* (à peu près) proportionnelle à la fonction à intégrer.
- application au calcul de l'énergie réfléchie : choix des directions proportionnel à $\cos\theta$, à la *brdf*, etc.
- application au calcul de l'éclairage direct,
- application au calcul de l'éclairage "par les autres objets".

Bilan

éclairage direct :

- choisir des points q_k sur toutes les sources de lumières qui éclairent le point p,
- et calculer l'énergie réfléchie par le point p vers l'observateur.

éclairage par les autres objets :

(qui sont eux-mêmes éclairés directement par les sources)

- choisir les directions dans l'hemisphère autour du point p pour trouver les autres objets,
- calculer l'éclairage direct des autres objets.

Bilan

énergie réfléchie par le point p (vers o) :

- $L_{direct}(p,o)$: éclairage direct,
- $L_{objets}(p,o)$: éclairage par les autres objets.

$$
\begin{aligned}
L_o(p,o) &= L_{direct}(p,o) + L_{objets}(p,o) \\
L_{direct}(p,o) &= \sum_{s \in Sources} \int_{r \in s} L_i(p,r) V(p,r) f_r(r,p,o) \frac{\cos\theta \cos\theta_r}{|\overrightarrow{pr}|^2} dA_r \\
\text{et} & \\
L_{objets}(p,o) &= \int_{\vec{\omega} \in \Omega} L_i(p,q) f_r(q,p,o) \cos\theta d\omega
\end{aligned}
$$

avec $q = trace(p, \vec{\omega})$, le point visible dans la direction $\vec{\omega}$.

Eclairage direct : algorithme

éclairage direct au point p :

- pour chaque source de lumière, $s \in S$:
- pour chaque point r_k à la surface de la source,
- vérifier la visibilité de p et r_k,
- si r_k éclaire p, calculer l'énergie réfléchie par p :

$$L_{direct}(p,o) = \sum_{s \in S} \int_{r \in s} L_i(p,r) V(p,r) f_r(r,p,o) \frac{\cos\theta \cos\theta_r}{|\vec{pr}|^2} dA_r$$

$$L_{direct}(p,o) = \sum_{s \in S} \left(\frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N} L_i(p,r_k) f_r(r_k,p,o) V(p,r_k) \frac{\cos\theta_k \cos\theta_{r_k}}{|\vec{pr}_k|^2 pdf(r_k)} \right)$$

Eclairage direct : réduction de variance

choisir $pdf(r)$:

- $L_i(p, r_k)$?
- $f_r(r_k, p, o)$?
- $\cos \theta_k$?
- $\cos \theta_{r_k}$?
- A_s ?
- et $\sum_{s \in S}$?

comment gagner du temps ? (quel est le terme le plus long à calculer ?)

Eclairage direct : choisir une seule source

en fonction de leur position (+ orientation) et de leur puissance, les sources n'éclairent pas p de la même manière.

idée (utiliser Monte Carlo) :

remplacer l'évaluation complète par une valeur moyenne.

choisir une seule source :

- a priori, en fonction de sa puissance ?
- précisement, en fonction de la position (+ orientation) par rapport à p, et de sa puissance ?

Eclairage direct : choisir une seule source

toujours la même démarche :

construire une densité de probabilité, $pdf(s)$, pour choisir une source.

algorithme :

- calculer la contribution de chaque source au point p :
- par exemple : $\Phi_s \frac{\cos\theta \cos\theta_r}{|\overrightarrow{pr}|^2}$, avec r un point de la source, et Φ_s son flux total,
- normaliser pour construire la pdf,
- tirage par importance de la source (en utilisant la pdf).

Eclairage direct : choisir une seule source

$$L_{direct}(p, o) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N} L_i(p, r_k) f_r(r_k, p, o) V(p, r_k) \frac{\cos\theta_k \cos\theta_{r_k}}{|\overrightarrow{pr}_k|^2} \frac{1}{pdf(r_k)}$$

avec $pdf(r_k)$ permettant de choisir un point r_k uniforme, à la surface d'une source s choisie par importance selon $pdf(s)$: $pdf(r_k) = \frac{1}{A_s} pdf(s)$

remarque :

choisir une source s selon $pdf(s)$ et choisir un point à la surface de la source, sont des "évènements" indépendants, ce qui permet de calculer directement la *pdf* des 2.

Eclairage direct : résumé

éclairage direct au point p :

- étape 1, pour chaque source de lumière, $s \in S$:
- évaluer la contribution de s, a priori, au point p,
- construire la $pdf(s)$ pour choisir les sources par importance,
- étape 2, choisir un point r_k sur une source s (selon $pdf(s)$),
- vérifier la visibilité de p et r_k,
- si r_k éclaire p, calculer l'énergie réfléchie par p.

Eclairage direct : remarques

changement introduit :

- l'algorithme de base "travaille" sur une source à la fois,
- le nouvel algorithme "travaille" sur toutes les sources : le point r est choisit aléatoirement à la surface de n'importe quelle source.

le domaine d'intégration a changé : au lieu de travailler sur A_1, A_2, etc. la nouvelle version travaille sur $A = A_1 \cup A_2 \cup \dots$

et $pdf(r)$ a changée elle aussi : de $\frac{1}{A_1}$ à $\frac{1}{A_s} pdf(s)$.

Eclairage direct : et alors ?

et ça marche ?

oui, *mais* . . .

- il faut évaluer plusieurs fois l'éclairage direct pour obtenir une estimation de bonne qualité.
- plus il y a de sources, plus il faudra d'évaluations pour retrouver le même résultat que la version complète.

mais, ça sert à rien !

si ! (pour estimer l'éclairage par les autres objets)

Eclairage indirect : algorithme

éclairage indirect au point p :

- pour chaque direction $\vec{\omega}_k$ de l'hemisphère autour de p :
- trouver le point visible, q_k, dans la direction $\vec{\omega}_k$,
- calculer l'énergie réfléchie par q_k vers p :
- calculer l'éclairage direct en q_k.

$$L_{objets}(p,o) = \int_{\vec{\omega}\in\Omega} L_i(p,q) f_r(q,p,o) \cos\theta d\omega$$

$$L_{objets}(p,o) = \int_{\vec{\omega}\in\Omega} L_{direct}(q,p) f_r(q,p,o) \cos\theta d\omega$$

avec $q = trace(p,\vec{\omega})$, le point visible dans la direction $\vec{\omega}$.

Eclairage indirect : algorithme

$$L_{objets}(p, o) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N} L_{direct}(q_k, p) f_r(q_k, p, o) \cos\theta_k \frac{1}{pdf(\vec{\omega_k})}$$

$$L_{direct}(q_k, p) = L_i(q_k, r_0) f_r(r_0, q_k, p) \frac{\cos\theta_{k0} \cos\theta_{r_0}}{|\overrightarrow{q_k r_0}|^2} \frac{1}{pdf(r_0)}$$

avec r_0, un seul point choisi sur une source selon la densité $pdf(r_0)$, cf. éclairage direct.

remarque :

plus on augmente N, plus on choisit de directions et plus l'éclairage direct sera échantillonné (par les N points r_0).

Eclairage indirect : réduction de variance

choisir $pdf(\vec{\omega})$:

- $L_{direct}(q, p)$?
- $f_r(q, p, o)$?
- $\cos\theta$?
- ??

Equation de rendu

intuition :

pourquoi s'arrêter après une seule interaction dans le calcul de $L_{objets}(p, o)$?

$$\begin{aligned}
L_o(p, o) &= L_e(p, o) + L_{direct}(p, o) + L_{indirect}(p, o) \\
L_o(p, o) &= L_e(p, o) + \int_{\vec{\omega} \in \Omega} L_i(p, q) f_r(q, p, o) \cos\theta d\omega \\
L_i(p, q) &= L_o(q, p) \text{ (rappel)} \\
L_o(p, o) &= L_e(p, o) + \int_{\vec{\omega} \in \Omega} L_o(q, p) f_r(q, p, o) \cos\theta d\omega
\end{aligned}$$

avec $q = trace(p, \vec{\omega})$.

la formulation complète est récursive ....

Reformulation sur les aires

rappel : $d\omega = \frac{\cos\theta_q}{|\overrightarrow{pq}|^2} dA_q$

$$\begin{aligned} L(p,o) &= L_e(p,o) + \int_{q \in A} L(q,p) V(p,q) f_r(q,p,o) \frac{\cos\theta \cos\theta_q}{|\overrightarrow{pq}|^2} dA_q \\ &= L_e(p,o) + \int_{q \in A} L(q,p) f_r(q,p,o) G(p,q) dA_q \end{aligned}$$

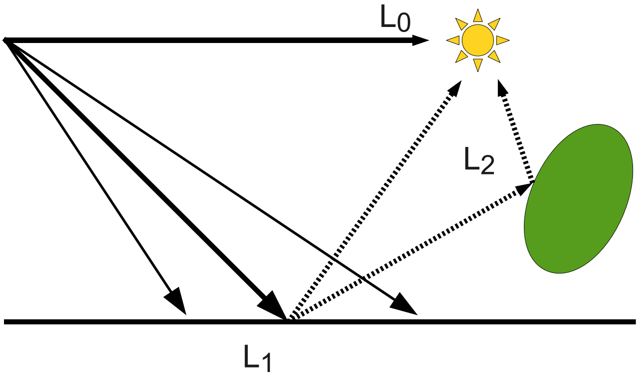
avec $G(p,q) = V(p,q) \frac{\cos\theta \cos\theta_q}{|\overrightarrow{pq}|^2}$

Substitution récursive ...

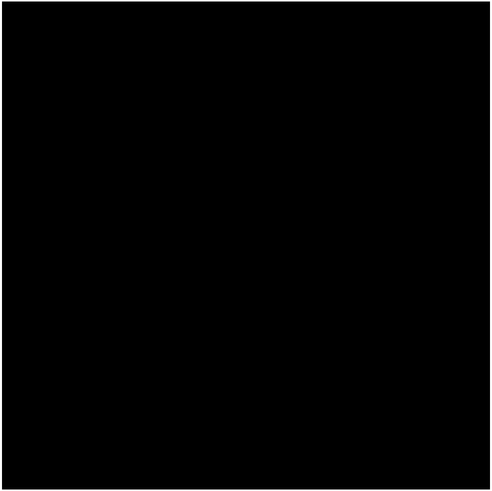
- "casser" la récursion,
- extraire explicitement : l'énergie directe, l'énergie indirecte après un rebond, après 2 rebonds, etc.

$$
\begin{aligned}
L_0(p,o) &= L_e(p,o) \text{ (émission directement visible)} \\
L_1(p,o) &= L_0(p,o) + \int_{q_1 \in A} L_0(q_1,p) f_r(q_1 \ldots) G(p,q_1) dA_{q_1} \text{ (éclairage direct)} \\
L_2(p,o) &= L_1(p,o) + \int_{q_2 \in A} L_1(q_2,p) f_r(q_2 \ldots) G(p,q_2) dA_{q_2} \text{ (éclairage indirect)} \\
L(p,o) &= \sum_{k=0}^{\infty} L_k(p,o)
\end{aligned}
$$

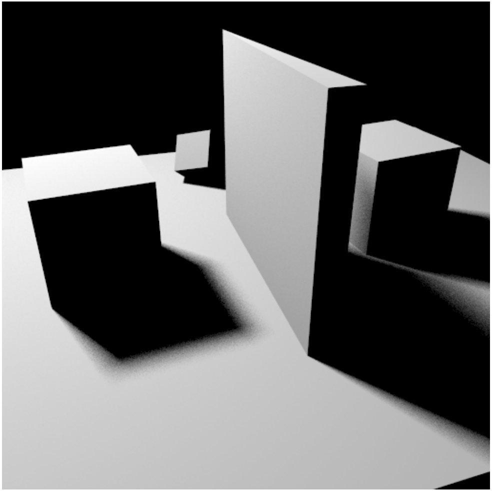
Substitution récursive ...



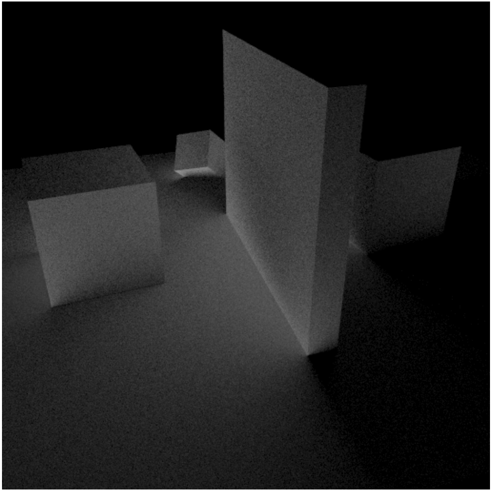
Substitution récursive : L_0



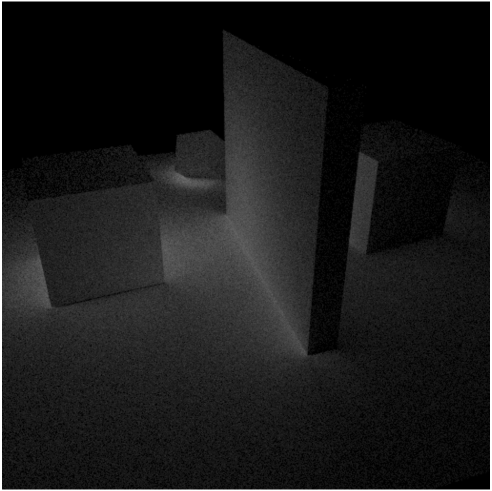
Substitution récursive : L_1



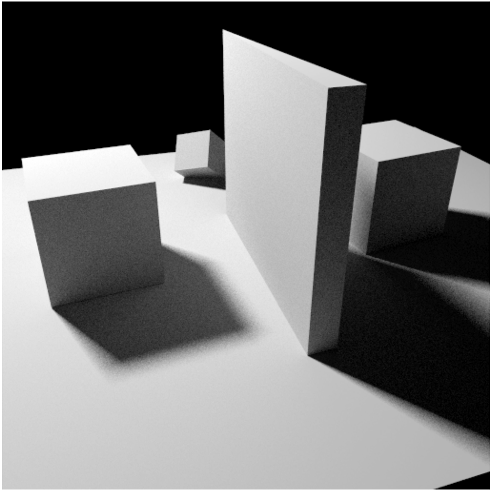
Substitution récursive : L_2



Substitution récursive : $L_3 \times 8$



Substitution récursive : $L = L_0 + L_1 + L_2 + L_3$



Chemins (notions)

algorithme :

- pour chaque longueur de chemin :
- générer les k points du chemin aléatoirement sur les surfaces de la scène,
- calculer l'énergie réfléchie par p vers o.

quelques détails à régler :

- $pdf(q_0)$? $pdf(q_1)$? $pdf(q_k)$?
- quelle *pdf* pour le chemin complet ?
- utiliser Monte Carlo pour estimer L_0, L_1, L_2, etc. ?
- ou utiliser Monte Carlo pour estimer $L = \sum_{k=0}^{\infty} L_k$?

Quelques détails à régler ...

2 choix :

- calculer les termes L_k séparement et tout sommer,
- calculer directement L.

mais : changement d'espace de travail

point q_{k+1} visible depuis q_k, ou chemin de k rebonds ?
(dimension 2 ou dimension $2k$ ou $3k$?)

les calculs de *pdf* dépendent de l'espace de travail.

Quelques détails à régler ...

L est une somme infinie :

comment tronquer cette somme aux N premiers termes sans introduire une erreur systématique ?

$$\hat{L} = \sum_{k=0}^{N} L_k \approx L = \sum_{k=0}^{\infty} L_k$$

idée :

choix aléatoire de N au lieu d'une valeur fixée à l'avance.